

積分方程式 の 補充問題

- 1 次の関係式を満たす関数 $f(x)$ と a の値を求めよ。

$$\int_0^x f(t) dt = (2x^2 + ax) \int_0^a f(t) dt$$

ただし、 $a > 0$, $\int_0^a f(t) dt \neq 0$, $f(0) = 1$ とする。

[高知大]

2 x の整式 $f(x)$ を,

$$\begin{cases} f_1(x) = 3x^2 \\ f_{n+1}(x) = x^2 + x + \frac{1}{3} \int_0^1 f_n(x) dx \end{cases}$$

で定める。このとき、 $f_n(x)$ を定めよ。

3 第2次導関数 $f''(x)$ をもつ関数 $f(x)$ が任意

の実数 x に対して

$$f(x) = x + \int_0^x f(t) \sin(x-t) dt$$

を満たしている。このとき、関数 $f(x)$ を定めよ。

4 微分可能な関数 $f(x)$ が

$$\int_0^x t f(x-t) dt = \sin x + kx$$

を満たすとき、関数 $f(x)$ と定数 k を求めよ。