5/8 私立 数学ゼミ

- テキスト，演習課題

- 3/23 〜 4/3 春期講習（プリント）直前講習

- 4/20(月) 〜 5/1(金) ライブ授業 テキスト

1，2，3，5講 済
ただし，A，B問が中心

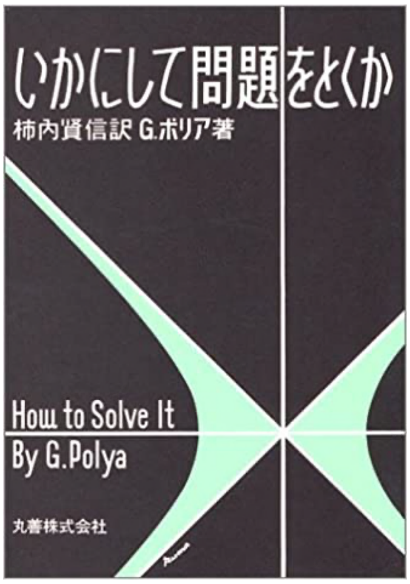
- ライブ授業中に出された課題（演習課題とは別）もある。

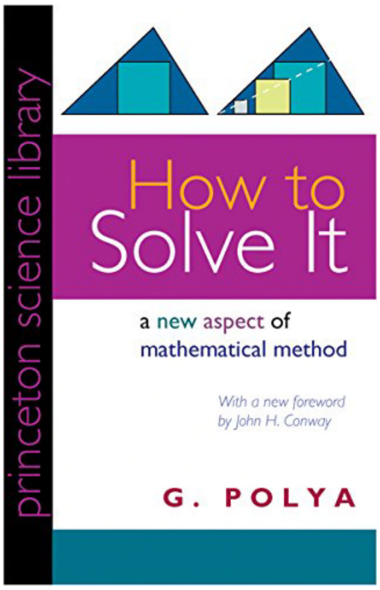
本日は，春期，ライブ授業の

catch up

ZOOMでのコミュニケーションを練習などをやります。

「How to solve it」





① 題意

⇩

② 方針

⇩

③ 答案・計算

⇩

④ 検証・検算

道具箱

試行錯誤

T & E

YAWARAKA!

数学道具箱　【体験版】

【例題 01】

方程式 $2x^2-3x+4=0$ の２解を α, β とするとき，$(\alpha^2+2)(2\beta^2+3\beta+4)$ の値を求めよ。

【例題 02】

k を実数とする。x の 3 次方程式 $x(x^2-4k+4)+k(k-2)^2=0$ の解がすべて実数であるような k の値の範囲は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}} \leqq k \leqq \boxed{ツ}$ である。

【例題 03】

方程式 $x^3+ax+a=0$ の異なる実数解の個数を求めよ。ただし，a は定数とする。

【例題 01】

3 KKK $\begin{cases} \alpha+\beta=\frac{3}{2} \\ \alpha\cdot\beta=2 \end{cases}$

方程式 $2x^2-3x+4=0$ の 2 解を $\alpha,\ \beta$ とするとき，

$(\alpha^2+2)(2\beta^2+3\beta+4)$ の値を求めよ。

対称式ではない

2 代入＆次数下げ

$$\begin{cases} 2\alpha^2-3\alpha+4=0 \\ 2\beta^2-3\beta+4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha^2=\frac{3}{2}\alpha-2 \\ \beta^2=\frac{3}{2}\beta-2 \end{cases}$$

2次 → 1次

$$(与式)=\frac{3}{2}\alpha\times6\beta=9\alpha\beta=18$$

対称式

注 解の公式でα，βを求めても一応とける

1

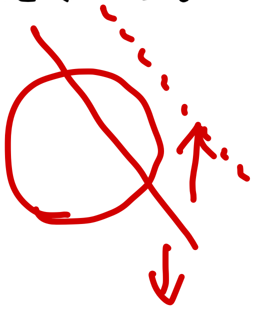
$$x=\frac{3\pm\sqrt{23}\,i}{4}$$

【例題 04】$x^2+y^2=2$ のもとで，$2x+y$ の最大値と最小値を求めよ。(できるだけ多くの解法で解け)

【例題 05】正の数 a, b が $a^3+b^3=5$ を満たすとき，$a+b$ のとりうる値の範囲を求めよ。(2012 昭和)

$k=$ とおく

【例題 04】$x^2+y^2=2$ のもとで、$2x+y$ の最大値と最小値を求めよ。



① 消去

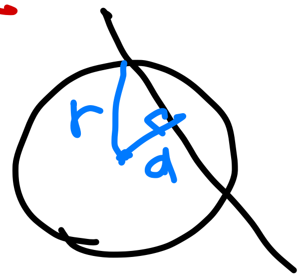
$$x^2+(k-2x)^2=2$$

$$5x^2-4kx+k^2-2=0$$

連立 ⇐ 共有点

$$D/4=(-2k)^2-5(k^2-2)\geqq 0$$

$$-\sqrt{10}\leqq k\leqq\sqrt{10}$$



② 図示 ⇒ 点・直 ≦ 半径

$$d\leqq r$$

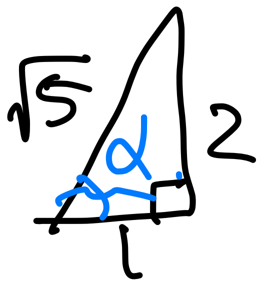
$$\frac{|-k|}{\sqrt{5}}\leqq\sqrt{2}$$

③ 円パラ　$x=\sqrt{2}\cos\theta,\ y=\sqrt{2}\sin\theta$ と表せば

$$k=\sqrt{2}(\sin\theta+2\cos\theta)$$

$$=\sqrt{10}\cdot\sin(\theta+\alpha)$$

$$-\sqrt{10}\leqq k\leqq\sqrt{10}$$



【例題 04】$x^2+y^2=2$ のもとで、$k=2x+y$ の最大値と最小値を求めよ。

④ ベクトルに

$\vec{a}=(x,y)$, $\vec{b}=(2,1)$ とおくと

$|\vec{a}|^2=x^2+y^2=2$, $|\vec{b}|^2=5$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2x+y=k$

コーシー・シュワルツの不等式

ここで $\boxed{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 \geqq (\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$

$\cos^2\theta$　なし　あり

$|\cos^2\theta| \leqq 1$

$2\times 5 \geqq k^2$

$-\sqrt{10} \leqq k \leqq \sqrt{10}$

⋮

解の問題の処理

（1）　解を求める。

（2）　解を元の方程式に代入＆次数下げ

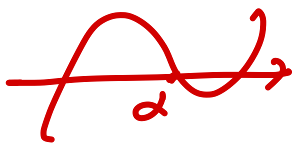
（3）　解と係数の関係

（4）　解　⇔　因数

$x=\alpha \longleftrightarrow (x-\alpha)$ を因数にもつ

（5）　解　⇔　グラフの共有点の x 座標　（できれば**定数分離**）

$x=\alpha$　　共有点. $(\alpha, \boxed{})$



（特殊な問題）

○共通解

○共役解

○1 の 3 乗根 ω

○相反方程式

○3 次方程式の重解問題に注意

最大最小

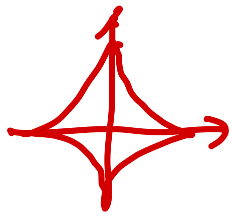
基礎　グラフを描いて高さ比べ
- ２次関数⇒平方完成
- 三角関数⇒諸公式の利用
- 一般には⇒微分

↓

応用　２変数以上 or 整式（n 次式）でないとき　など

（１）$\boxed{\text{一文字消去}}$（ただし変域に注意）

（２）$\boxed{\text{図示}}$して共有点の存在条件に帰着（線形計画法）



（３）$\boxed{\text{文字の置き換え（変域に注意）}}$

おき・パラ

（対称式は和と積で，$x=\frac{b}{a}$ など）

（注）和と積の置き換えでは隠れた実解条件に注意

$\boxed{\text{パラメーター表示}}$（円・だ円・双曲線など）　直線、(アステロイド)

$x^2+y^2=r^2$ のとき，$x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$ と表せる。（２変数⇒１変数）

（４）$\boxed{\text{有名不等式の利用}}$　コーシー・シュワルツの不等式

（例）相加相乗，Cauchy-Schwarz の不等式など

- 相加相乗　$a>0, b>0$ のとき，$a+b \geqq 2\sqrt{ab}$ が成立　（等号成立は $a=b$）
- CS-不等式　$\left|\vec{a}\right|^2\left|\vec{b}\right|^2 \geqq \left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)^2$　（等号成立は $\vec{a} \,/\!/\, \vec{b}$ のとき）
- 三角不等式　$\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right| \geqq \left|\vec{a}+\vec{b}\right|$　（等号成立は $\vec{a}$，$\vec{b}$ が同じ向きのとき）

（５）$\boxed{\text{逆手法}}$（主役交代して，解の存在条件に帰着）

（６）（最後の手段）$\boxed{\text{一文字固定}}$

準有名角

① $\boxed{15° \text{ family}}$ ～ 加法定理から

$$\sin 15° = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \quad \cos 15° = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \quad \tan 15° = 2-\sqrt{3}$$

$$\sin 75° = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \quad \cos 75° = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \quad \tan 75° = 2+\sqrt{3}$$

② $\boxed{22.5° \text{ family}}$ ～ 半角公式から

$$\sin 22.5° = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}, \quad \cos 22.5° = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}, \quad \tan 22.5° = \sqrt{2}-1$$

③ $\boxed{18° \text{ family}}$ ～ 2倍角＆3倍角，正5角形の対角線利用，相似利用

$$\sin 18° = \cos 72° = \frac{\sqrt{5}-1}{4}, \qquad \cos 36° = \sin 54° = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

三角関数基本チェック

【例題 06】 $0 \leqq x < \pi$ のとき，方程式 $2\cos 2x + 2(\sqrt{3}-1)\sin x + \sqrt{3} = 2$ を解け

【例題 07】 関数 $f(x) = 3\sin 2x - 4\cos 2x$ の最大値と最小値を求めよ。

【例題 08】 関数 $f(x) = \sin 2x - \sin x - \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

【例題 09】 関数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 4\cos^2 x$ の最大値と最小値を求めよ。

【例題 10】 関数 $f(x) = \dfrac{\sin x - 1}{\cos x - 2}$ の最大値と最小値を求めよ。

7 C

$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b $(0 \leqq b < 1)$ とするとき，$ab+b^2$ の値を求めよ．

8 C　答だけ　&　記述式

(1)　$(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$ を因数分解せよ．

(2)　$a^2+b^2=1$，$c^2+d^2=1$，$ac+bd=1$ のとき，$ad-bc$，a^2+d^2，b^2+c^2 の値を求めよ．

入試問題にチャレンジ (1)

n を整数とするとき，

$$f(n)=|n-1|+|n-2|+|n-3|+\cdots+|n-99|$$

の最小値を求めよ．

(2010・産業医科大学)

15 C

x の連立不等式 $\begin{cases} 7x-5 \geqq 13-2x \\ x+a > 3x+5 \end{cases}$ を満たす整数 x がちょうど 3 個存在するような定数 a の値の範囲を求めよ.

16 C

A 地点から 26km 離れた B 地点に行くのに，初めはバスに乗り，途中タクシーに乗り換えて 40 分以内に B 地点に着きたい．バス停が A 地点から 2km ごとに設けられているとき，タクシーで走る距離をできるだけ少なくするには，A 地点からいくつ目のバス停で乗り換えればよいか．ただし，バスは時速 30km，タクシーは時速 50km とし，いずれも待ち時間はないものとする．

入試問題にチャレンジ (2)

不等式 $\sqrt{n+1}-\sqrt{n} > \dfrac{1}{100}$ を満たす自然数 n の最大値を求めよ.

(2009・東京医科大学)

23 C

a は定数とする．x の不等式 $(a-2)x^2+(4-a)x-2 \geqq 0$ を解け．

24 C

方程式 $x^2+18=9[x]$ を解け．ただし，$[x]$ は実数 x を越えない最大の整数を表すものとする．

入試問題にチャレンジ (3)

3 つの 2 次方程式 $x^2+2x-a=0$，$2x^2-ax+1=0$，$-ax^2+x+2=0$ が，ただ 1 つの共通の実数解をもつような定数 a の値を求めよ．

(2006・自治医科大学)

39 C

実数 x，y が $x^2+2y^2=1$ を満たしながら変化するとき，$\dfrac{1}{2}x+y^2$ の最大値，最小値を求めよ．さらに，そのときの x，y の値を求めよ．

40 C

放物線 $y=-x^2+6x$ と x 軸で囲まれる部分に内接する長方形 (一辺は x 軸上にある) のうちで，周の長さが最大になる長方形の 2 辺の長さを求めよ．

入試問題にチャレンジ (5)

k は実数の定数とする．関数 $f(x)=x^2-4|x|+k$ の最小値を $m(k)$，最大値を $M(k)$ とする．

(1) $m(k)=2$ のとき，k の値を求めよ．

(2) $-1 \leqq x \leqq 5$ のとき，$m(k)$，$M(k)$ をそれぞれ，k を用いて表せ．

(3) 関数 $y=f(x)$ のグラフを直線 $y=k$ に関して対称移動するとき，その最大値を求めよ．

(2000・滋賀医科大学)

2019年度　FG　数学IAIIB　【解答】1講

$\boxed{1\text{A}}$ (1) $(2x-1)(x-3)$　(2) $(x-1)(x^2+x+y)$　(3) $(x-3)(x+1)(x-1)^2$

$\boxed{2\text{A}}$ (1) $2\sqrt{3}$　(2) $\sqrt{5}-2$　(3) $\sqrt{7}+\sqrt{5}$

$\boxed{3\text{A}}$ 順に　t^2-2，t^3-3t

$\boxed{4\text{B}}$ (1) $(x+2y-3)(x-y+2)$　(2) $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

(3) $(a-b)(b-c)(c-a)$　(4) $(x+y+1)(x^2+y^2+1-xy-x-y)$

$\boxed{5\text{B}}$ (1) $x+\dfrac{1}{x}=4$，$x^3+\dfrac{1}{x^3}=52$　(2) $x+y=2\sqrt{3}$，$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=4$

$\boxed{6\text{B}}$ (1) $|a+1|+|a-3|=\begin{cases}-2a+2 & (a<-1)\\ 4 & (-1\leqq a<3)\\ 2a-2 & (a\geqq 3)\end{cases}$

(2) $\sqrt{x+4a}-\sqrt{x-4a}=\begin{cases}-4 & (a<-2)\\ 2a & (-2\leqq a<2)\\ 4 & (a\geqq 2)\end{cases}$

$\boxed{7\text{C}}$ $ab+b^2=1$

$\boxed{8\text{C}}$ (1) $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$

(2) $ad-bc=0$，$a^2+d^2=1$，$b^2+c^2=1$

$\boxed{\text{ﾁｬﾚ}\ 1}$ $n=50$のとき、最小値　2450

2019 年度　FG　数学 IAIIB　【解答】2 講

$\boxed{9\text{A}}$　$3.5 \leqq x < 4.5$

$\boxed{10\text{A}}$　(1)　$-1 < x+2 < 3$　(2)　$15 < 5y < 35$　(3)　$-23 < 3x-2y < -3$

$\boxed{11\text{A}}$　(1)　$x = -2, 8$　(2)　$-2 < x < 8$

$\boxed{12\text{B}}$　(1)　$11.5 \leqq 2x + y < 14.5$　(2)　$-2.5 < x - 2y < 0.5$

$\boxed{13\text{B}}$　(1)　$-2 \leqq x < 3$　(2)　$-2 < x \leqq 1$

$\boxed{14\text{B}}$　(1)　$x \leqq -4$，$-1 \leqq x$　(2)　$x < \dfrac{3}{2}$

$\boxed{15\text{C}}$　$13 < a \leqq 15$

$\boxed{16\text{C}}$　5 つ目

$\boxed{\text{チャレ 2}}$　2499

2019 年度　FG　数学 IAIIB　【解答】3 講

$\boxed{17A}$ (1)　$x=3,\ 4$　(2)　$x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{6}$ x　(3)　$x=2,\ -3$　$x=2,\ -3.$

$\boxed{18A}$ (1)　$-4<x<6$　(2)　$\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 3$　(3)　$x<\dfrac{5-\sqrt{13}}{6},\ \dfrac{5+\sqrt{13}}{6}$

$\boxed{19A}$ $k=5$ のとき $-\dfrac{1}{2}$,　$k=-3$ のとき $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{20B}$ (1)　$(x,y,z)=(-1,3,6)$　(2)　$(x,y)=(0,5),(-4,-3)$

$\boxed{21B}$ $k\leqq 0,\ 3\leqq k$

$\boxed{22B}$ $k=0,\ 2$

$\boxed{23C}$
$$\begin{cases} x\leqq\dfrac{2}{2-a},1\leqq x & (a>2)\\ x\geqq 1 & (a=2)\\ 1\leqq x\leqq\dfrac{2}{2-a} & (0<a<2)\\ x=1 & (a=0)\\ \dfrac{2}{2-a}\leqq x\leqq 1 & (a<0)\end{cases}$$

$\boxed{24C}$ $x=3,\ 3\sqrt{2},\ 3\sqrt{3},\ 6$

$\boxed{\text{チャレ（3）}}$　$a=3.$

2019年度　FG　数学IAIIB　【解答】4講

$\boxed{２５A}$　(1)真　(2)偽　(3)偽　(4)偽

$\boxed{２６A}$　$A=\left\{3,\ 6,\ 9\right\},\ B=\left\{3,\ 4,\ 7,\ 10\right\},\ A\cap\overline{B}=\left\{6,\ 9\right\}$

$\boxed{２７A}$　7個

$\boxed{２８B}$　元の命題　偽

逆　　「$x=2$ かつ $y=3$ ならば $x+y=5$」　真

裏　　「$x+y\mp 5$ ならば $x\mp 2$ または $y\mp 3$」真

対偶　「$x\mp 2$ または $y\mp 3$ ならば $x+y\mp 5$」偽

$\boxed{２９B}$　(1)(b)　(2)(a)　(3)(d)　(4)(c)　(5)(b)

$\boxed{３０B}$　(1)方針＝対偶を証明　$n=7k+$(あまり)とおく。

(2)方針＝背理法

(3)$\left(x,\ y\right)=\left(5,\ 3\right)$

$\boxed{３１C}$　略

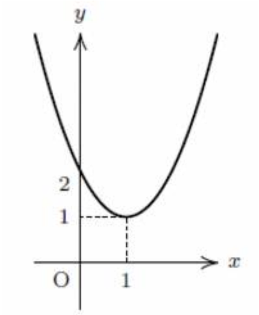
$\boxed{３２C}$　略

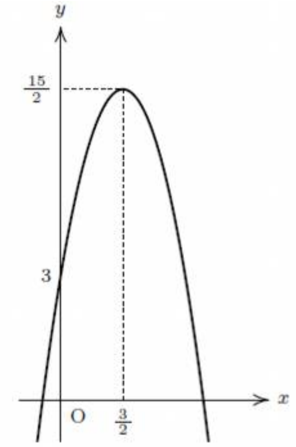
$\boxed{\text{ﾁｬﾚ}4}$　45人

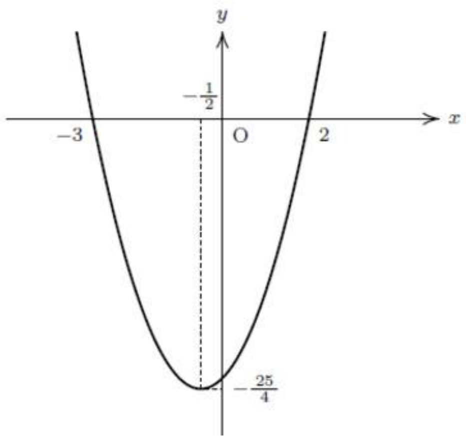
2019 年度　FG　数学 IAIIB　【解答】 5 講

$\boxed{33A}$　(1)軸 $x=1$，頂点 $(1,1)$　(2)軸 $x=\dfrac{3}{2}$，頂点 $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{15}{2}\right)$

(3)軸 $x=-\dfrac{1}{2}$，頂点 $\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{25}{4}\right)$　　【解法】平方完成







$\boxed{34A}$　(1) $x=5$ のとき最大値 5，$x=3$ のとき最小値 1

(2) $x=1$ のとき，最大値 $\dfrac{7}{2}$，$x=-2$ のとき最小値 -10　　【解法】平方完成

$\boxed{35A}$　(1) $y=\dfrac{1}{2}(x-1)^2+5$　　(2) $y=2x^2-5x+2$

【解法】(1) $y=a(x-p)^2+q$ 型　　(2) $y=ax^2+bx+c$ 型

$\boxed{36B}$　(1) $y=2x^2+1$ または，$y=2(x-1)^2+3$　　(2)　$(a,b)=(7,9)$

【解法】2 次関数なので，平行移動・対称移動は「頂点と最高次係数」に着目

$\boxed{37B}$　$(a,b)=(2,5),(-2,9)$　　【解法】 $y=a(x-p)^2+q$ 型

$\boxed{38B}$　(1)　$m(a)=\begin{cases}1 & (a<0)\\ -4a^2+1 & (0\leqq a\leqq 1)\\ -8a+5 & (a>1)\end{cases}$

(2)　$M(a)=\begin{cases}-8a+5 & \left(a<\dfrac{1}{2}\right)\\ 1 & \left(a\geqq\dfrac{1}{2}\right)\end{cases}$

【解法】(1)下に凸の最小値　⇒　軸が変域の内か外かで場合分け（3 パターン）

(2)下に凸の最大値　⇒　軸が変域の真ん中より右寄りか左寄りかで場合分け（2 パターン）

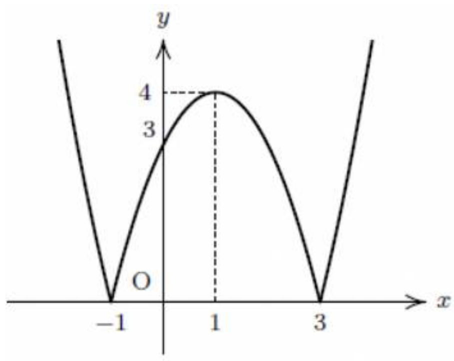
$\boxed{39C}$　$(x,y)=\left(\dfrac{1}{2},\pm\dfrac{\sqrt{6}}{4}\right)$ のとき最大値 $\dfrac{5}{8}$，　$(x,y)=(-1,0)$ のとき最小値 $-\dfrac{1}{2}$

$\boxed{40C}$　2 と 8

$\boxed{チャレ5}$　(1) $k=6$　(2) $m(k)=k-4,\ M(k)=k+5$　(3)最大値 $k+4$

2019 年度　FG　数学 IAIIB　【解答】 6 講

$\boxed{4\ 1\mathrm{A}}$　(1)右図　(2) $0 < k < 4$



【解法】(1)全体絶対値のグラフ⇒折り返し　(2)定数分離（済）

$\boxed{4\ 2\mathrm{A}}$　$\left(a, b\right) = \left(-1, 1\right)$

【解法】結論からお迎え（解⇔因数）

$\boxed{4\ 3\mathrm{A}}$　$-2\sqrt{6} < k < 2\sqrt{6}$

【解法】不等式＝グラフの上下に帰着

$\boxed{4\ 4\mathrm{A}}$　(1) $-6 < a < \dfrac{10}{3}$　　(2) $a < -1$

【解法】不等式＝グラフの上下に帰着

$\boxed{4\ 5\mathrm{B}}$　$-5 < k < -4$

【解法】方程式の解⇔グラフの共有点の x 座標に対応

（ｉ）定数分離　（ii）絶対値分離　のいずれでも解ける

$\boxed{4\ 6\mathrm{B}}$　$2 \leqq k < \dfrac{5}{2}$

【解法】2 次方程式の解の配置問題

「解⇔共有点」の対応を利用して,「軸，端点，判別式」の利用

過去問めぐり・埼玉医大（１）

【１】

$0 \leqq \theta \leqq \pi$とするとき，方程式

$$3\sin^2\theta - (\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta + (2-\sqrt{3})\cos^2\theta = 2$$

を満たす角θを小さい順に並べよ。

じゃまじゃね？

hint

方程式の基本は因数分解

$$A \times B = 0$$

$$\Leftrightarrow A=0 \quad \text{または} \quad B=0$$

過去問めぐり・埼玉医大（１）

$A \times B = 0$

$A = 0$ または $B = 0$

【１】

$0 \leqq \theta \leqq \pi$とするとき，方程式

$$3\sin^2\theta - (\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta + (2-\sqrt{3})\cos^2\theta = 2$$

$2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

を満たす角θを小さい順に並べよ。

$2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

$$\sin^2\theta - (\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta - \sqrt{3}\cos^2\theta = 0$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta) = 0$$

$\therefore$ $\sin\theta + \cos\theta = 0$ または $\sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta = 0$

過去問めぐり・埼玉医大（１）

~~半角公式~~

【１】

$0 \leqq \theta \leqq \pi$とするとき，方程式

$$3\sin^2\theta - (\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta + (2-\sqrt{3})\cos^2\theta = 2$$

を満たす角θを小さい順に並べよ。

$$\frac{1-\cos 2\theta}{2} \qquad \frac{\sin 2\theta}{2} \qquad \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$

$$3(1-\cos 2\theta) - (\sqrt{3}-1)\sin 2\theta + (2-\sqrt{3})(1+\cos 2\theta) = 4$$

$\boxed{\sin\theta, \cos\theta の2次同次式 \Rightarrow 半角 \& 合成}$：開拓

半角で次数下げ.

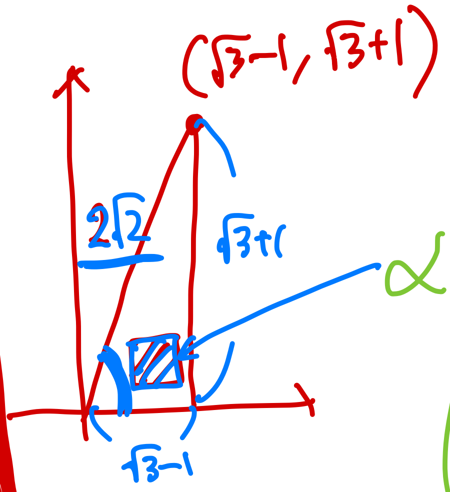
$$3(1-\cos 2\theta)-(\sqrt{3}-1)\sin 2\theta+(2-\sqrt{3})(1+\cos 2\theta)=4$$

$(\div(-1))$

ヨコ x　タテ y

$$(\sqrt{3}-1)\sin 2\theta+(\sqrt{3}+1)\cos 2\theta=1-\sqrt{3}$$

合成



$$\boxed{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}+1)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}}$$

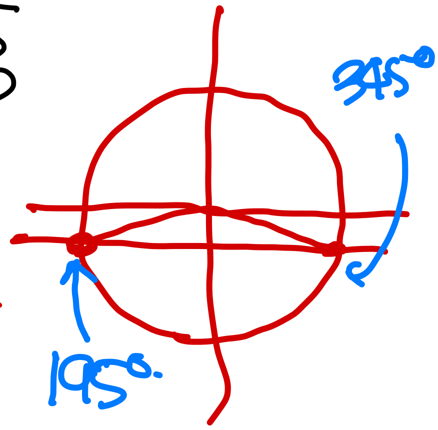
$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

実は $\alpha=\boxed{75^\circ}$ …… $45^\circ+30^\circ$

$$2\sqrt{2}\cdot\sin(2\theta+75^\circ)=1-\sqrt{3}$$

$$\sin(2\theta+75^\circ)=\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$



$$2\theta+75^\circ=345^\circ\ \cancel{15},\ 195^\circ$$

$$\theta=\cancel{45},\ 60^\circ$$

135°

どっか計算まちがい

【３】

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}=\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{\boxed{(1)\ a}}+\sqrt{\boxed{(2)\ b}}+\sqrt{\boxed{(3)\ c}}$ である。ただし，

$\boxed{(1)}\leqq\boxed{(2)}\leqq\boxed{(3)}$ とする。

$$\sqrt{10+2\sqrt{6}+2\sqrt{10}+2\sqrt{15}}=\sqrt{(\overset{小}{\sqrt{a}}+\overset{中}{\sqrt{b}}+\overset{大}{\sqrt{c}})^2}$$

$$a+b+c+2\underset{6}{\sqrt{ab}}+2\underset{10}{\sqrt{ac}}+2\underset{15}{\sqrt{bc}}$$

$$\underline{a=2,\ b=3,\ c=5}\ //$$

(検)
- 空らんを文字でおく．
- 公式の証明

【１】

問３．$3\sin^2\theta-(\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta+(2-\sqrt{3})\cos^2\theta$

$=2=2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)$

より

$$\sin^2\theta-(\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta-\sqrt{3}\cos^2\theta=0$$

$$(\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta)(\sin\theta+\cos\theta)=0 \qquad \cdots\cdots④$$

$\cos\theta=0$ のとき，$\sin\theta=0$ となり，矛盾するから　　$\cos\theta\neq0$

よって，④の両辺を $\cos^2\theta$ で割ると

$$(\tan\theta-\sqrt{3})(\tan\theta+1)=0 \qquad \therefore\quad \tan\theta=\sqrt{3},\ -1$$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より　　$\theta=\dfrac{1}{3}\pi,\ \dfrac{3}{4}\pi$　（→(7)〜(10)）

60°, 135°

【例題 02】 東邦.

k を実数とする。x の 3 次方程式 $x(x^2-4k+4)+k(k-2)^2=0$ の解がすべて実数であるような k の値の範囲は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}} \leqq k \leqq \boxed{ツ}$ である。

3つとも

重解は許す.

$x^3-4(k-1)x+k(k-2)^2=0$

$x=\boxed{-k}$ が解 ⇒ 因数分解.

$(x+\boxed{k})(x^2-kx+(k-2)^2)=0$

方程式の解の処理

① 求める ⇒ さがす

② 代入&次数下げ

③ 解と係数の関係

実・虚 両方使える

④ 解 ⟷ 因数

⑤ 解 ⟷ 共有点の x 座標

1個確定

$x=-k$, $x^2-kx+(k-2)^2=0$

判別式 $D=k^2-4(k-2)^2 \geqq 0$

$(k+2(k-2))(k-\underbrace{2(k-2)}_{-k+4}) \geqq 0$

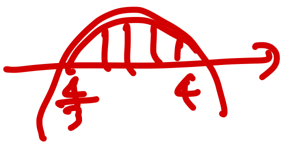
$-(3k-4)(k-4) \geqq 0$

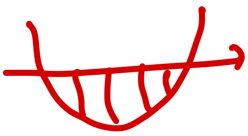
$+(3k-4)(k-4) \leqq 0$

$x(x^2-4k+4)+k(k-2)^2=0$

$x=k$ 代入

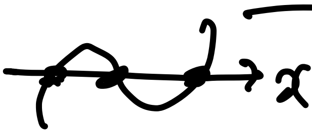
$k(k-2)^2+k(k-2)^2$ ×





$\frac{4}{3} \leqq k \leqq 4$

⑤ いきなり (※ 微分 グラフ ⟶ 一応解ける)



範囲対応しました

$$f(x) = x^3 - 4(k-1)x + k(k-2)^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4(k-1) = 0$$

⊕ or 0 が必要

$k \geq 1$