

5/29 数学の三私立いけ組

- 71C 答かたにし
- データの分析.

- 分散
 - 共分散
 - 相関係数
- だけ確認させてね.

場合の数 診断シート

11. 12 講入.

A, B

A, B.

答

1問

東大

(データ - 範囲
2X10だけ)

正n角形
↓
中心角n等分

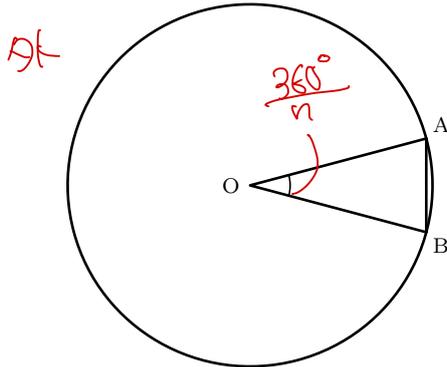
$n \geq 3, r > 0$ とする.

- (1) 半径 r の円に内接する正 n 角形の面積を r と n を用いて表せ.
 (2) 半径 r の円に外接する正 n 角形の面積を r と n を用いて表せ.

【解答】

- (1) 円の中心を O , 正 n 角形の隣接する 2 頂点を A, B とし, 面積を S とすると,

$$S = n\Delta OAB, \quad \dots \textcircled{1}$$



また,

$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{n}$$

であり,

$$OA = OB = r$$

であるから,

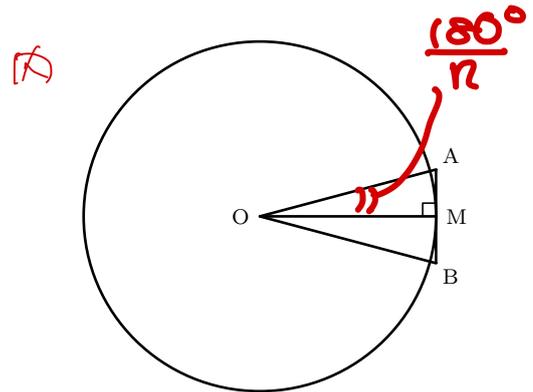
$$\begin{aligned} \Delta OAB &= \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin \frac{360^\circ}{n} \\ &= \frac{1}{2} r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}. \end{aligned} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,

$$S = \frac{n}{2} r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}.$$

- (2) 円の中心を O , 正 n 角形の隣接する 2 頂点を A, B とし, 面積を S とすると,

$$S = n\Delta OAB, \quad \dots \textcircled{1}$$



また, 辺 AB の中点を M とすると,

$$\angle AOM = \frac{180^\circ}{n}$$

であり,

$$OM = r$$

であるから,

$$\begin{aligned} AB &= 2AM \\ &= 2OM \tan \angle AOM \\ &= 2r \tan \frac{180^\circ}{n}. \end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned} \Delta OAB &= \frac{1}{2} AB \cdot OM \\ &= r^2 \tan \frac{180^\circ}{n}. \end{aligned} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,

$$S = nr^2 \tan \frac{180^\circ}{n}.$$

第10講

データの分析

1 変量とデータ

気温や降水量、運動の記録やテストの得点などのように、ある特性を表す数量を変量といい、調査や実験などによって得られた変量の観測値や測定値の集まりをデータという。

2 代表値

(1) 平均値

変量 x についての n 個のデータの値 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ の総和を n で割った値を、そのデータの平均値といい、 \bar{x} で表す。すなわち、

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)$$

(2) 中央値

データの値の大きさを順に並べたとき、その中央の順位にくる値を中央値またはメジアンという。

(3) 最頻値

データにおいて、最も個数の多い値を、そのデータの最頻値またはモードという。

3 データの散らばりと四分位範囲

(1) 範囲

データの最大値と最小値の差を範囲という。

(2) 四分位数

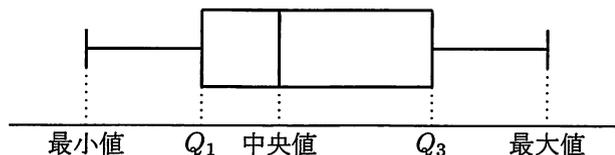
データを値の大きさを順に並べたとき、4等分する位置にくる値を四分位数という。

四分位数は、小さい方から第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数といい、順に Q_1, Q_2, Q_3 で表す。第2四分位数は中央値である。

さらに、 $Q_3 - Q_1$ を四分位範囲、 $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ を四分位偏差という。

(3) 箱ひげ図

データの最小値、第1四分位数、中央値、第3四分位数、最大値を、箱と線(ひげ)で表す図を箱ひげ図という。



4 分散と標準偏差

(1) 偏差

変量 x についてのデータの値が $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ で、その平均値を \bar{x} とするとき、

$$x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, x_3 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$$

を、それぞれ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ の平均値からの偏差という。

(2) 分散

偏差の2乗の平均値

$$\frac{1}{n} \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\}$$

を分散といい、 s^2 で表す。

ここで、

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{n} \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\} \\ &= \frac{1}{n} \{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 2\bar{x}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) + n(\bar{x})^2\} \\ &= \frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 2\bar{x} \cdot \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) + (\bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - 2\bar{x} \cdot \bar{x} + (\bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2) - (\bar{x})^2 \end{aligned}$$

であるから、

$$\frac{1}{n} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2)$$

が x^2 のデータの平均値であることに注意すると、

$$(x \text{ のデータの分散}) = (x^2 \text{ のデータの平均値}) - (x \text{ のデータの平均値})^2$$

であることが分かる。

(3) 標準偏差

分散の正の平方根を標準偏差といい、 s で表す。

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\}}$$

したがって、

$$s = \sqrt{(x^2 \text{ のデータの平均値}) - (x \text{ のデータの平均値})^2}$$

Σ の表記

n 個のデータの $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ [点]

[平均] $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$

[分散] $V_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ [点²]

55は24

[注] $\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}) = 0$
平均からのズレ(偏差)
⊕, ⊖

(性質) $V_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$

$\parallel = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k^2 - 2\bar{x} \cdot x_k + \bar{x}^2)$

$\parallel = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - 2\bar{x} \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{x}^2$

$S_x^2 \} V_x = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ [点²]

分散は 2乗の平均 - 平均の2乗

標準偏差 = $\sqrt{\text{分散}}$

$S_x = \sqrt{V_x}$ [点]

5 データの相関

(1) 散布図

2つの変数 x と y の値の組を座標とする点を xy 平面上にとったものを散布図という。

(2) 相関関係

2つの変数の間に、一方が増えると他方も増える傾向があるとき、2つの変数の間には**正の相関関係**があるといい、一方が増えると他方が減る傾向があるときには**負の相関関係**があるという。また、どちらの傾向も見られないときは**相関関係がない**という。

(3) 共分散

2つの変数 x, y について、 n 個の値の組

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$$

が与えられ、 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ と $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ の平均値を、それぞれ \bar{x}, \bar{y} とするとき、次のような量

$$\frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + (x_3 - \bar{x})(y_3 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y}) \}$$

を、2つの変数 x, y の共分散といい、 s_{xy} で表す。

共分散については次のことが知られている。

$s_{xy} > 0$ のとき、2つの変数 x, y には正の相関関係がある。

$s_{xy} < 0$ のとき、2つの変数 x, y には負の相関関係がある。

また、

$$s_{xy} = \frac{1}{n} (x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + \dots + x_n y_n) - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

(4) 相関係数

量 $\frac{s_{xy}}{s_x s_y}$ を x と y の相関係数といい、 r で表す。

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

相関係数 r について、一般に、次のことが成り立つ。

$$-1 \leq r \leq 1$$

また、相関係数 r には、次の性質がある。

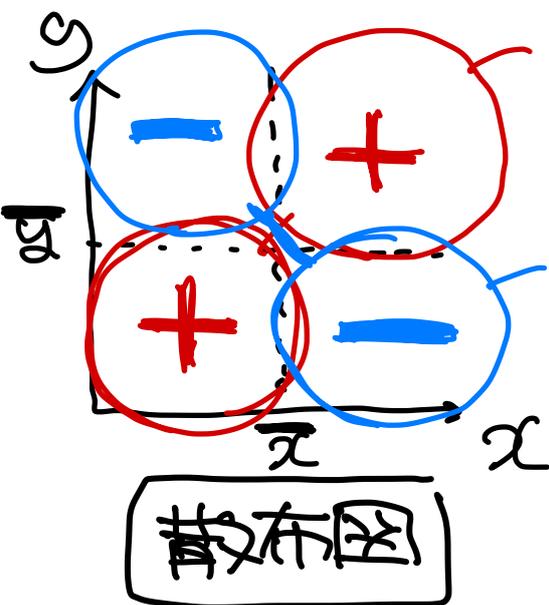
- [1] r の値が 1 に近いとき、強い正の相関関係があり、散布図の点は右上がりの直線に沿って分布する傾向が強くなる。
- [2] r の値が -1 に近いとき、強い負の相関関係があり、散布図の点は右下がりの直線に沿って分布する傾向が強くなる。
- [3] r の値が 0 に近いとき、直線的な相関関係がない。

n 個のデータの組 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

平均 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$

分散 $v_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2, \quad v_y = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2$

分散は、偏差の2乗の平均。



正の相関
に寄る

負..

共分散 S_{xy} [点²]

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$$

相関係数 [単位なし]

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} \quad \frac{[点^2]}{[点][点]}$$

(性質) $-1 \leq r \leq 1$.

相関係数 $r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}) \cdot (y_k - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}}$

$$r = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x}) (y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}}$$

$n = \sum_{k=1}^n 1$

$$\vec{a} = (x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, x_3 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x})$$

$$\vec{b} = (y_1 - \bar{y}, y_2 - \bar{y}, y_3 - \bar{y}, \dots, y_n - \bar{y})$$

※

$$(\text{分子}) = \vec{a} \cdot \vec{b}, \quad (\text{分母}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

\Rightarrow

$$|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \geq (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

$\cos^2 \theta \leq 1$

$\cos^2 \theta \leq 1$
CS不等式の拡張
($\cos^2 \theta$)

$$\frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})^2}{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2} \leq 1$$

$$r^2 \leq 1 \quad \therefore -1 \leq r \leq 1 \quad \square$$

73 A

次のデータは、ある野球チームの最近 20 試合の得点である。

4 3 7 2 5 4 0 5 6 2
3 2 5 6 1 5 4 9 7 6

- (1) 1 試合あたりの得点の平均値を求めよ。
- (2) 得点の中央値を求めよ。
- (3) 得点の最頻値を求めよ。

7 3 A (1) 4.3 (2) 4.5 (3) 5

【解法】代表値の確認

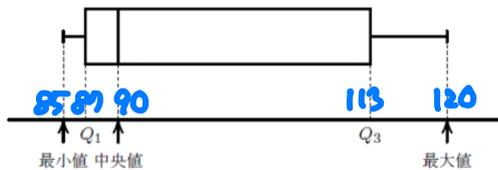
74 A

次のデータは、あるケーキ店の 1 週間のケーキの売り上げである。

110 90 120 113 87 90 85 (単位は個)

このデータの箱ひげ図をかけ。

7 4 A 中央値 90, 最小値 85, 最大値 120, 第 1 四分位数 87, 第 3 四分位数 113 より, 次図



【解法】四分位数, 箱ひげ図の確認

75 A

次のデータは、5 人について、懸垂が何回できたかを記録したものである。

11 10 15 18 11 (単位は回)

このデータの平均値, 分散, 標準偏差を求めよ。ただし、小数第 2 位を四捨五入して
答えよ。

7 5 A 平均値 13, 分散 9.2, 標準偏差 $\sqrt{9.2} = 3.03 \div 3.0$

【解法】分散, 標準偏差の確認。開平方。

3.0^2
 3.1^2

76 B

次のデータは、ある8店舗での1kgあたりのみかんの価格である。ただし、 a は正の整数である。

525 550 498 560 550 555 500 a (単位は円)

- (1) このデータの平均値が535円であるとき、 a の値を求めよ。
- (2) a の値がわからないとき、このデータの中央値として何通りがあり得るか。

77 B

15個の値からなるデータがあり、そのうちの10個の値の平均値は9、分散は3、残り5個の値の平均は6、分散は9である。

この15個のデータの平均値と分散を求めよ。

78 B

次の表は、10人の生徒に10点満点の国語と数学の小テストを行った結果である。

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
国語	6	4	7	5	8	6	2	9	8	5
数学	7	10	2	4	3	4	4	5	4	7

国語と数学の得点の間には、どのような相関関係があると考えられるか。

76 B

次のデータは、ある8店舗での1kgあたりのみかんの価格である。ただし、 a は正の整数である。

525 550 498 560 550 555 500 a (単位は円)

- (1) このデータの平均値が535円であるとき、 a の値を求めよ。
 (2) a の値がわからないとき、このデータの中央値として何通りがあり得るか。

7 6 B (1) $a = 542$ (2) 26通り

【解法】 仮平均を用いると楽？

77 B

15個の値からなるデータがあり、そのうちの10個の値の平均値は9、分散は3、残り5個の値の平均は6、分散は9である。

この15個のデータの平均値と分散を求めよ。

7 7 B 平均 ~~7.1~~⁸, 分散 7

【解法】 分散の公式

78 B

次の表は、10人の生徒に10点満点の国語と数学の小テストを行った結果である。

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
国語	6	4	7	5	8	6	2	9	8	5
数学	7	10	2	4	3	4	4	5	4	7

国語と数学の得点の間には、どのような相関関係があると考えられるか。

7 8 B 国語の平均6、分散4、数学の平均5、分散5、また共分散 $-\frac{8}{5}$ 。よって相関係数 -0.36

以上より、(やや)負の相関が認められる。

【解法】 相関係数とその意味の確認

76 B

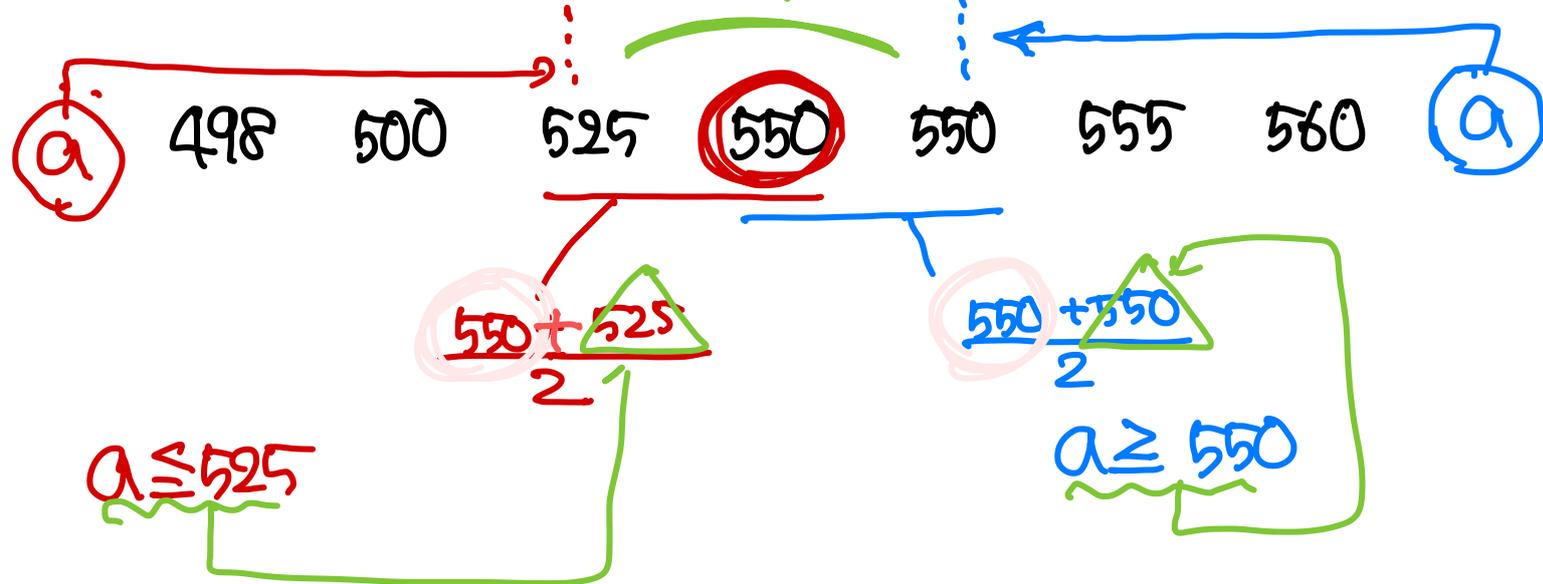
次のデータは、ある8店舗での1kgあたりのみかんの価格である。ただし、 a は正の整数である。

525 550 498 560 550 555 500 a (単位は円)

- (1) このデータの平均値が535円であるとき、 a の値を求めよ。
- (2) a の値がわからないとき、このデータの中央値として何通りがあり得るか。

525 550 498 560 550 555 500 a
 3 4 1 2 4 6 2

a



a : 526 ~ 549 のとき
 24 通り

$$\frac{550+a}{2}$$

$a = 525 \sim 550$ のとき 全 2

$$\frac{550+a}{2}$$

$$350 - 525 + 1 = 26 \text{ 通り}$$

15個の値からなるデータがあり、そのうちの10個の値の平均値は9、分散は3、残り5個の値の平均は6、分散は9である。

この15個のデータの平均値と分散を求めよ。

\overline{x} : $x_1 \dots x_{10}, y_1 \dots y_5$

$\begin{array}{cccc} \parallel & & \parallel & \parallel \\ z_1 & & z_{10} & z_{11} \\ & & & z_{15} \end{array}$

2つの高校の合併

←通し番号.

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} x_k = 9, \quad \bar{y} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 y_k = 6$$

$$\bar{z} = \frac{1}{15} \sum_{k=1}^{15} z_k = \frac{1}{15} \left(\sum_{k=1}^{10} x_k + \sum_{k=1}^5 y_k \right)$$

$$= \frac{1}{15} (10\bar{x} + 5\bar{y})$$

$$= \frac{10\bar{x} + 5\bar{y}}{5+10} = 8$$



$$\sigma_x^2 = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} x_k^2 - (\bar{x})^2 = 3 \quad \text{よ} \sum_{k=1}^{10} x_k^2 = 10(\sigma_x^2 + \bar{x}^2)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 y_k^2 - \bar{y}^2 = 9 \quad \text{よ} \sum_{k=1}^5 y_k^2 = 5(\sigma_y^2 + \bar{y}^2)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{15} \sum_{k=1}^{15} z_k^2 - \bar{z}^2$$

$$= \frac{1}{15} \left(\sum_{k=1}^{10} x_k^2 + \sum_{k=1}^5 y_k^2 \right) - \bar{z}^2$$

$$= \frac{1}{15} (10 \times 84 + 5 \times 45) - 8^2$$

$$= 2 \times 28 + 15 - 64$$

$$= ?$$

78 B

次の表は、10人の生徒に10点満点の国語と数学の小テストを行った結果である。

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
国語	6	4	7	5	8	6	2	9	8	5
数学	7	10	2	4	3	4	4	5	4	7

国語と数学の得点の間には、どのような相関関係があると考えられるか。

番号	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
1	0	2	0	4	0
2	-2	5	4	25	-10
3	1	-3	1	9	-3
4	-1	-1	1	1	1
5	2	-2	4	4	-4
6	0	-1	0	1	0
7	-4	-1	16	1	4
8	3	0	9	0	0
9	2	-1	4	1	-2
10	-1	2	1	4	-2
計			40	50	-16

79 C **easy.**

2つの変数 x, y をもつデータがいくつかある。 x, y の平均値は、それぞれ \bar{x}, \bar{y} である。また、 $(x - \bar{x})^2, (y - \bar{y})^2, (x - \bar{x})(y - \bar{y})$ の総和は、それぞれ 10, 40, 14 であった。このとき、 x と y の相関係数を求めよ。

80 C ← **77B の一般化** **Σ計算の乗算**

m 個の値 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ からなるデータと、 n 個の値 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ からなるデータがある。それぞれのデータの平均値を \bar{x}, \bar{y} 、分散を s_x^2, s_y^2 とする。

このとき、 $(m+n)$ 個の値 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ からなるデータの平均値 \bar{z} および分散 s_z^2 について、次の等式が成り立つことを示せ。

$$(1) \bar{z} = \frac{m\bar{x} + n\bar{y}}{m+n}$$

$$(2) s_z^2 = \frac{ms_x^2 + ns_y^2}{m+n} + \frac{mn}{(m+n)^2}(\bar{x} - \bar{y})^2$$

入試問題にチャレンジ (10) **easy**

7人の生徒の身長を調べたところ、それぞれの身長は、

$$a, b, c, 162, 170, 172, 173 \text{ (cm)}$$

で、7人の平均は 170cm、標準偏差は $\sqrt{14}$ cm であった。7人が身長の高い順に並んだとき、ちょうど真ん中の生徒の身長は 171cm であった。このとき、 a, b, c の値を求めよ。ただし、 $a < b < c$ とする。

(1995・宮崎大学)

79 C

2つの変量 x , y をもつデータがいくつかある. x , y の平均値は, それぞれ \bar{x} , \bar{y} である. また, $(x - \bar{x})^2$, $(y - \bar{y})^2$, $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ の総和は, それぞれ 10, 40, 14 であった. このとき, x と y の相関係数を求めよ.

m 個の値 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ からなるデータと、 n 個の値 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ からなるデータがある。それぞれのデータの平均値を \bar{x}, \bar{y} 、分散を s_x^2, s_y^2 とする。

このとき、 $(m+n)$ 個の値 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ からなるデータの平均値 \bar{z} および分散 s_z^2 について、次の等式が成り立つことを示せ。

$$(1) \quad \bar{z} = \frac{m\bar{x} + n\bar{y}}{m+n}$$

$$(2) \quad s_z^2 = \frac{ms_x^2 + ns_y^2}{m+n} + \frac{mn}{(m+n)^2}(\bar{x} - \bar{y})^2$$

【解答】

(1) 条件より、 $m+n$ 個のデータの総和は、

$$m\bar{x} + n\bar{y}$$

であるから、

$$\bar{z} = \frac{m\bar{x} + n\bar{y}}{m+n}.$$

(2) 条件より、

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^m x_k^2 = m\{s_x^2 + (\bar{x})^2\}, \\ \sum_{k=1}^n y_k^2 = n\{s_y^2 + (\bar{y})^2\} \end{cases}$$

であるから、

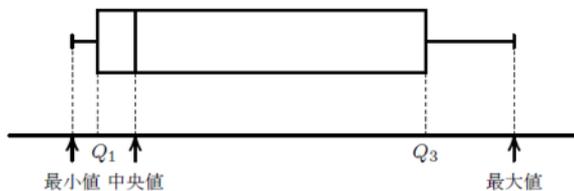
$$\begin{aligned} s_z^2 &= \frac{1}{m+n} \left(\sum_{k=1}^m x_k^2 + \sum_{k=1}^n y_k^2 \right) - (\bar{z})^2 \\ &= \frac{1}{m+n} [m\{s_x^2 + (\bar{x})^2\} + n\{s_y^2 + (\bar{y})^2\}] - \left(\frac{m\bar{x} + n\bar{y}}{m+n} \right)^2 \\ &= \frac{ms_x^2 + ns_y^2}{m+n} \\ &\quad + \frac{m(m+n)(\bar{x})^2 + n(m+n)(\bar{y})^2 - (m\bar{x} + n\bar{y})^2}{(m+n)^2} \\ &= \frac{ms_x^2 + ns_y^2}{m+n} + \frac{mn}{(m+n)^2}(\bar{x} - \bar{y})^2. \end{aligned}$$

2019年度 FG 数学 IAIB 【解答】 10 講

7 3 A (1) 4.3 (2) 4.5 (3) 5

【解法】 代表値の確認

7 4 A 中央値 90, 最小値 85, 最大値 120, 第 1 四分位数 87, 第 3 四分位数 113 より, 次図



【解法】 四分位数, 箱ひげ図の確認

7 5 A 平均値 13, 分散 9.2, 標準偏差 $\sqrt{9.2} = 3.03 \approx 3.0$

【解法】 分散, 標準偏差の確認。開平方。

7 6 B (1) $a = 542$ (2) 26 通り

【解法】 仮平均を用いると楽?

7 7 B 平均 71, 分散 7

【解法】 分散の公式

7 8 B 国語の平均 6, 分散 4, 数学の平均 5, 分散 5, また共分散 $-\frac{8}{5}$ 。よって相関係数 -0.36

以上より, (やや) 負の相関が認められる。

【解法】 相関係数とその意味の確認

附録 1 場合の数・確率の診断テスト

場合の数の基礎

【例題 30】

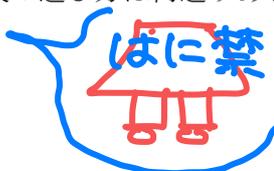
種類の異なる Tシャツ 5 枚, Gパン 3 本, 服装の選び方は何通りあるか。

$$5 \times 3 = 15 \text{ 通り}$$

【例題 31】

種類の異なる Tシャツ 5 枚, Gパン 3 本, スカート 4 枚, 服装の選び方は何通りあるか。
ただし, Gパンとスカートの重ね着は行わないものとする。

$$5 \times (3 + 4) = 5 \times 3 + 5 \times 4$$



【例題 32】

C, O, M, P, A, N, Y の 7 文字を一行に並べるとき, C と Y が隣り合わない並び方は何通りあるか。

$$7! - 2 \times 6! \quad \text{OR} \quad 5! \times 6 \times 5$$



【例題 33】

S, C, H, O, O, L の 6 文字を一行に並べるときの並び方は何通りあるか。

$$\frac{6!}{2!} = 360$$

【例題 34】

両親と, 子供 4 人で円形に並ぶ。両親が隣り合う並び方は何通りあるか。

$$2 \times 4! = 48$$

【例題 35】

異なる 6 個の宝石をつないでネックレスを作るとき, 作り方は何通りあるか。

$$\frac{(6-1)!}{2} = 60$$

【例題 36】

- (1) a, b, c の 3 文字から, 重複を許して 5 文字並べて単語を作るとき, 作り方は何通りあるか。
- (2) A, B, C の 3 つの部屋に, 5 人を分ける分け方は何通りあるか。ただし, 空き部屋があっても良いものとする。

【例題 37】

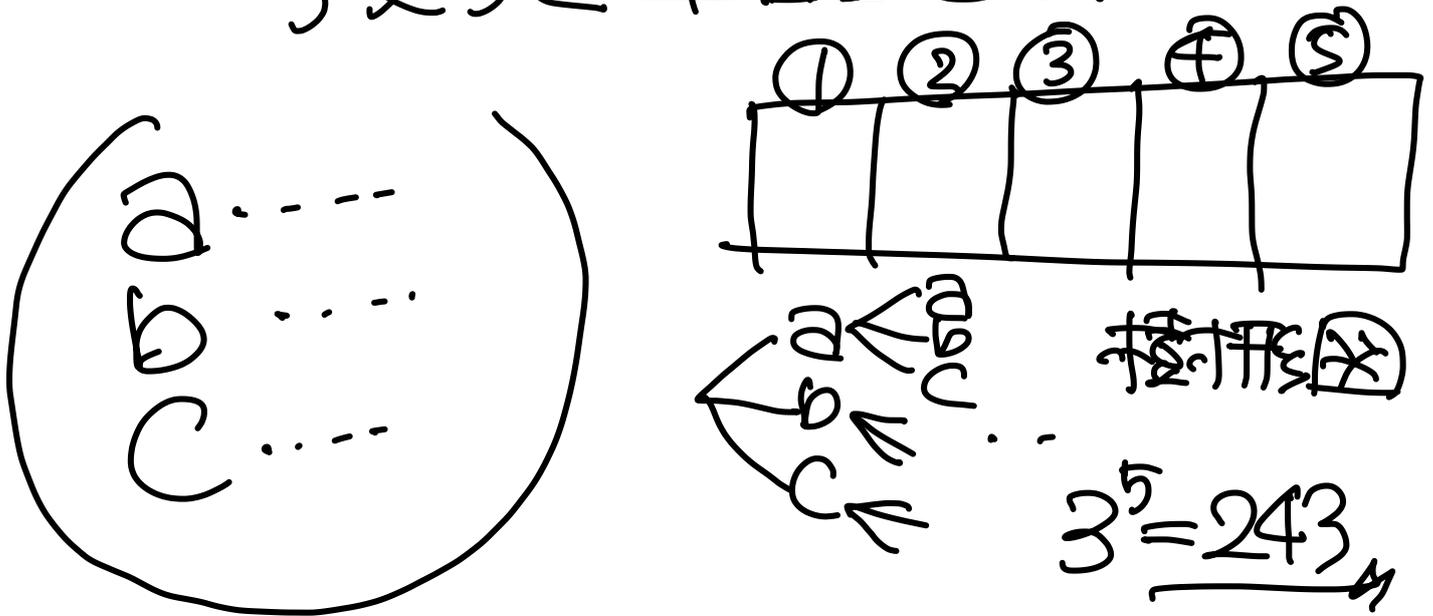
- (1) 10 個のりんごを A 君, B 君, C 君の 3 人に分けるとき, 分け方は何通りあるか。ただし, 1 つももらえない者がいても良いものとする。
- (2) $x + y + z = 10$ を満たす 0 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の総数は何組あるか。

【例題 36】

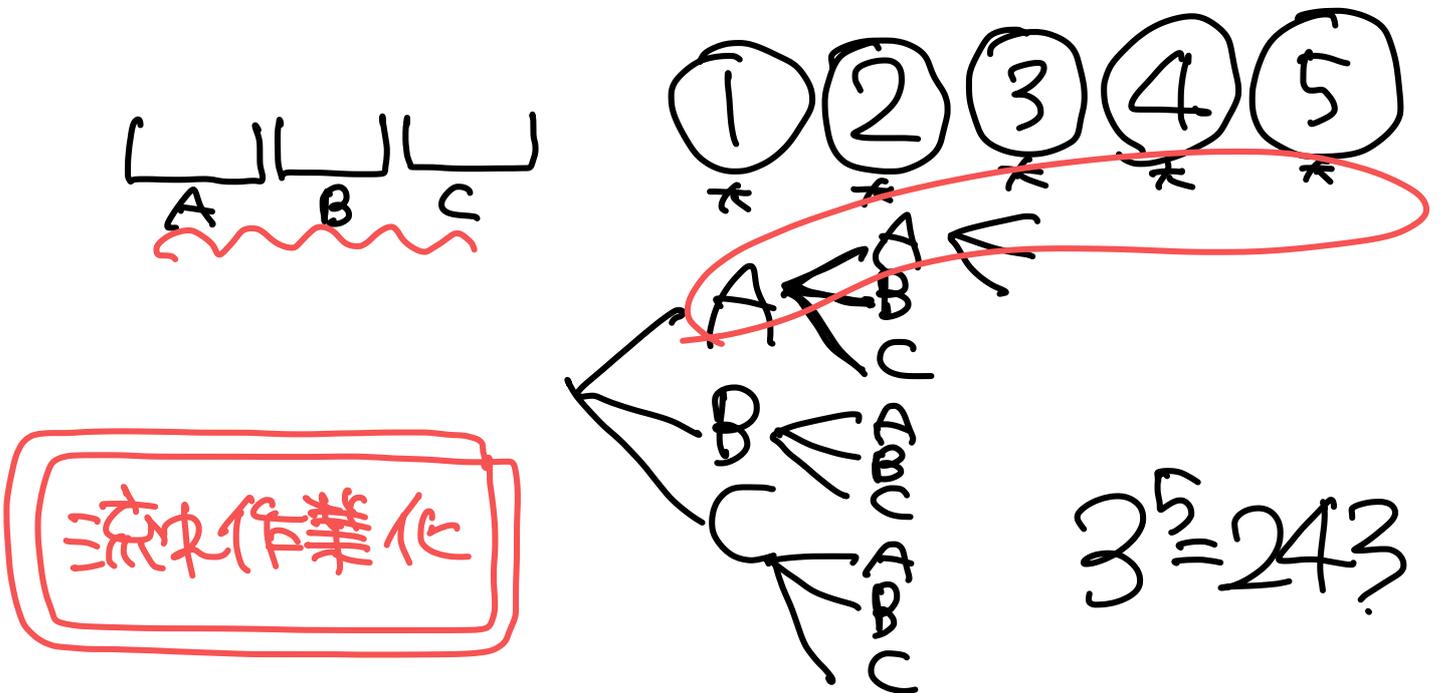
(1) a,b,c の 3 文字から、重複を許して 5 文字並べて単語を作るとき、作り方は何通りあるか。

(2) A, B, C の 3 つの部屋に、5 人を分ける分け方は何通りあるか。ただし、空き部屋があっても良いものとする。

(1) a,b,c 3文字から重複許して
5文字の単語を作る



(2) A,B,C の 3部屋 5人 を分ける
分け方。ただし 空き部屋OK。



【例題 37】

- (1) 10 個のりんごを A 君, B 君, C 君の 3 人に分けるとき, 分け方は何通りあるか。ただし, 1 つももらえない者がいても良いものとする。
- (2) $x + y + z = 10$ を満たす 0 以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の総数は何組あるか。

(1) 10 個のりんごを A, B, C 3 人に分ける。

(0 を許す) 分け方は?

自由.

(2) $x + y + z = 10$ を満たす

OK 非負整数 (x, y, z) の組

10 個のりんごを 3 人に分ける

2 が所定 (1, 1, 1) 子

$$\frac{(10+2)!}{10! \times 2!} = \underline{66} \text{ (1)(2)}$$

0 を許さないとき 1 個ずつ分ける

Basic Income.

負の所得税。

問題演習 (発展篇) 系統に区別なし

【例題 38】

異なる 9 冊の本を 3 冊ずつ 3 組に分ける分け方は何通りあるか。

DN. 1~9

【例題 39】

- (1) A, B, C の 3 つの部屋に, 5 人を分ける分け方は何通りあるか。
- (2) A, B, C の 3 つの部屋に, n 人を分ける分け方は何通りあるか。
ただし, (1)(2)ともに, 空き部屋があってはならないものとする。



【例題 40】

赤球 4 個, 白球 2 個, 黒球 1 個をつないでブレスレットを作る。作り方は何通りあるか。

(発展篇)

【例題 41】

n を正の整数とし, n 個のボールを 3 つの箱に分けて入れる問題を考える。ただし, 1 個のボールも入らない箱があってもよいものとする。以下に述べる 4 つの場合について, それぞれ相異なる入れ方の総数を求めよ。

- (1) 1 から n までの異なる番号のついた n 個のボールを, A, B, C と区別された 3 つの箱に入れる場合。
- (2) 互いに区別のつかない n 個のボールを, A, B, C と区別された 3 つの箱に入れる場合。
- (3) 1 から n までの異なる番号のついた n 個のボールを, 区別のつかない 3 つの箱に入れる場合
- (4) n が 6 の倍数 $6m$ であるとき, n 個の互いに区別がつかないボールを, 区別のつかない 3 つの箱に入れる場合。

(東京大)

区別	玉	あり	なし	あり	なし
	箱	あり	あり	なし	なし

【例題 39】

- (1) A, B, C の 3 つの部屋に, 5 人を分ける分け方は何通りあるか。
 (2) A, B, C の 3 つの部屋に, n 人を分ける分け方は何通りあるか。
 ただし, (1)(2)ともに, 空き部屋があつてはならないものとする。

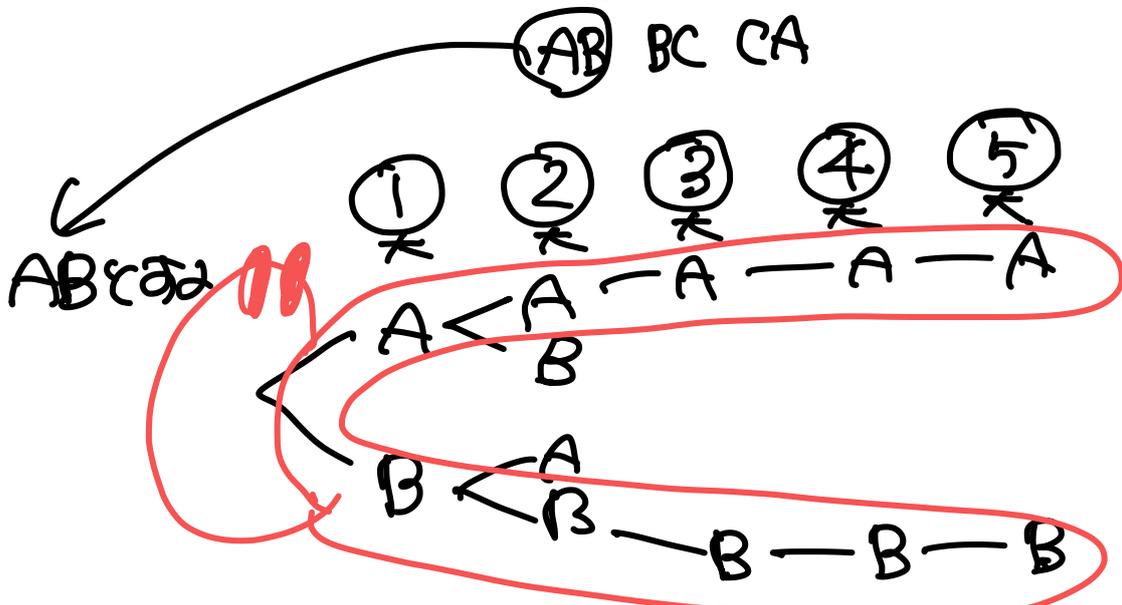
禁止不自由.

[解1] $3^5 - (3 + {}_3C_2 \times (2^5 - 2)) = 190$

空室 空2 空1 (2部屋に分ける)

$3^5 - (3 + {}_3C_2 \times (2^5 - 2)) = 190$

${}_3C_2$ 2部屋に分ける



たぶん一対一にたぶん2.
 はあかたのたぶん

[解2] 5人だった場合分け

まじかた → 2人にA, B, Cに分ける

(1, 1, 3人) $\frac{{}_5C_1 \times {}_4C_1 \times {}_3C_3}{2!} = 10$ $10 \times 3!$

(1, 2, 2) $\frac{{}_5C_1 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2}{2!} = 15$ $15 \times 3!$



$$(2) \quad 3^n \triangle \left\{ \underbrace{3}_{\text{空 2}} + \underbrace{3C_{2 \times (2^n - 2)}}_{\text{空 1.}} \right\}$$

$$= \underline{3^n - 3 \cdot 2^n + 3}$$

