空間ベクトル

基本は平面のときと同じ

○ただし，空間では基準となるベクトルが 3 本になる。

（平面）$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = a\overrightarrow{\mathrm{OA}} + b\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

（空間）$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = a\overrightarrow{\mathrm{OA}} + b\overrightarrow{\mathrm{OB}} + c\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

○空間では，空間内の平面を扱う。（三種）

(1) P が平面 ABC 上 $\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{AP}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}} + t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2) P が平面 ABC 上 $\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{OP}} = a\overrightarrow{\mathrm{OA}} + b\overrightarrow{\mathrm{OB}} + c\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表すと $a+b+c=1$

(3) 座標空間内では，点 A$(x_0,\ y_0,\ z_0)$ を通り，法線ベクトル $\vec{n} = (a,\ b,\ c)$ の平面は，

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

外積の定義

$\overrightarrow{a}=(x_1,\, y_1,\, z_1)$, $\overrightarrow{b}=(x_2,\, y_2,\, z_2)$ に対して，

$\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=(y_1z_2-z_1y_2,\quad z_1x_2-x_1z_2,\quad x_1y_2-y_1x_2)$ と定め，

$\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ の外積と呼ぶ。

外積の性質

(1) $\vec{a}\times\vec{b}$ は，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に垂直

(2) $|\vec{a}\times\vec{b}|$ は，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ で張られる平行四辺形の面積に等しい

(3) $\vec{a}\times\vec{b}$ の向きは，$\vec{a}$ から $\vec{b}$ へ右ねじを回して決まる向き

例題 1　次のようなベクトルを求めよ。

(1) $\vec{a}=(1,\ 2,\ -5)$, $\vec{b}=(-2,\ 1,\ 0)$ の両方に垂直で x 成分が 1 のベクトル

(2) $\vec{a}=(2,\ 6,\ 1)$, $\vec{b}=(1,\ 0,\ -1)$ の両方に垂直で大きさが 9 のベクトル

(3) $\vec{a}=(2,\ 1,\ 0)$, $\vec{b}=(-2,\ 1,\ 2)$ の両方に垂直な単位ベクトル