宿題

~~つみのこし　Max.min の方は 次回から手をつけます~~

宿題

- ⅠA　1章 数と式 A, B（A: 3問, B: 15問）——（5分以上 Freeze しないこと）
- ⅡB C
- ⅢC　ドリル、3章 A, B …優先（済）
  C の半分ぐらい

次回まで、というわけでもない

そのうち、積分計算チェックテストをするよ。

【例題 02】

k を実数とする。x の 3 次方程式 $x\left(x^2-4k+4\right)+k(k-2)^2=0$ の解がすべて実数であるような k の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \leqq k \leqq \boxed{\text{ツ}}$ である。

[解1] $x=k$ 代入 $\longrightarrow$ ダメ　左 $=k(k-2)^2\times 2$

$x=-k$ 代入 $\longrightarrow$ OK.

あとは $(x+k)$ でくくる

[解2] $x^3-4(k-1)x+k(k-2)^2=0$

$(x-\boxed{})(x^2+\cdots)=0$

k, $-k$, など…

【例題 03】

方程式 $x^3+ax+a=0$ の異なる実数解の個数を求めよ。ただし，a は定数とする。

[解1] 定数分離 $f(x)=a$ 型 ⟹ $y=f(x)$ と $y=a$ の共有点 ⟷ 解.

IIのビジン

[解2] そのまま

$g(x)=x^3+ax+a$ とおく

⇓ IIのビジン

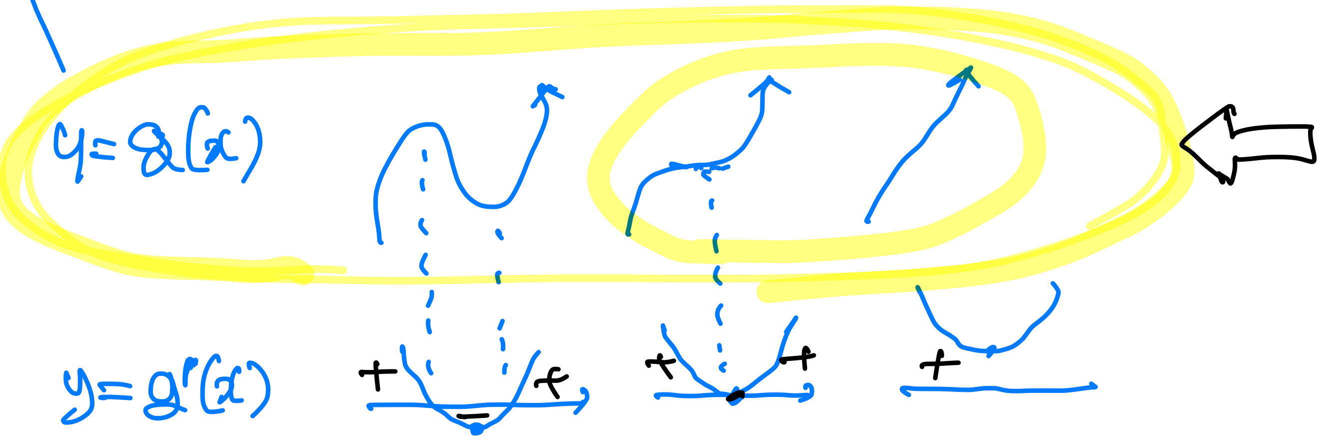
$y=g(x)$ と $y=0$ (x軸) の共有点 ⟷ 解.

$g'(x)=3x^2+a$

頂点 $(0, a)$

~~$g'(x)=0$ となるのは $x^2=-\frac{a}{3}$ $x=\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}$~~ ← キケン

ルート内 $\geqq 0$ 隠れた条件



$\boxed{g'(x)=0 \text{ の判別式}}$

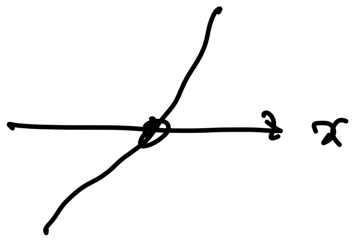
$D>0$ $D=0$ $D<0$

(i)

場合分けが必要

(i) $a \geqq 0$ のとき　$f'(x) = 3x^2 + a \geqq 0$

より　$f(x)$ は単調増加

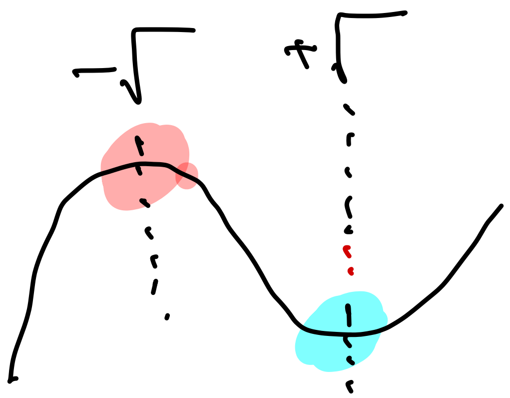


解は1つ。

(ii) $a < 0$ のとき　$f'(x) = \overset{\geqq 0}{3x^2} + \overset{\ominus}{a} = 0$

となるのは　$x = \pm\sqrt{-\frac{a}{3}}$

x	$\cdots$	$-\sqrt{-\frac{a}{3}}$	$\cdots$	$+\sqrt{-\frac{a}{3}}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\boxed{}$	$\searrow$	$\boxed{}$	$\nearrow$



$f(x) = x^3 + ax + a$

$= x(x^2 + a) + a$

(ii) $a < 0$

極大値 $f\left(-\sqrt{-\frac{a}{3}}\right) = -\sqrt{-\frac{a}{3}} \times \left(-\frac{a}{3}+a\right)+a$

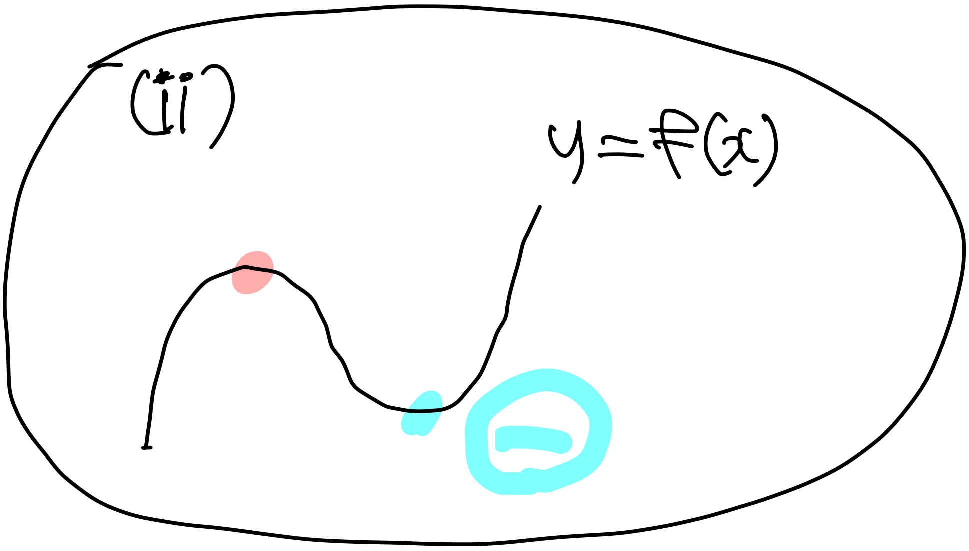
$$= -\underbrace{\sqrt{-\frac{a}{3}} \times \frac{2a}{3}} + a$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}+1\right)a$$

極小値 $f\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right) = \sqrt{-\frac{a}{3}} \times \left(-\frac{a}{3}+a\right)+a$

$$= \left(\frac{2}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}+1\right) \times a$$

(ii)



→ あとは極値の符号をしらべる

$a<0$ より　$f\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)<0$　$-$

極大値の符号のみ調べればよい

$$f\left(-\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)=\left(-\frac{2}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}+1\right)\times a$$

(ii)-ⓐ

解が3つとなるのは $f(-\sqrt{\ }) > 0$

$$-\frac{2}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}+1<0$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}>1$$

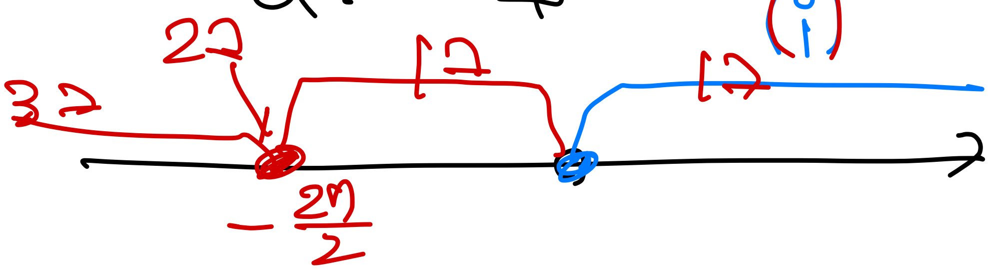
$$\sqrt{-\frac{a}{3}}>\frac{3}{2}$$

$$-\frac{a}{3}>\frac{9}{4}$$

$$a<-\frac{27}{4}$$

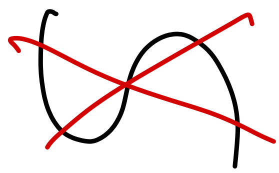
(ii)-ⓑ 2つは $a=-\frac{27}{4}$

(ii)-ⓒ 1つは $a>-\frac{27}{4}$



[解3] ③ 全体くくるだけ

① 分離
② そのまま

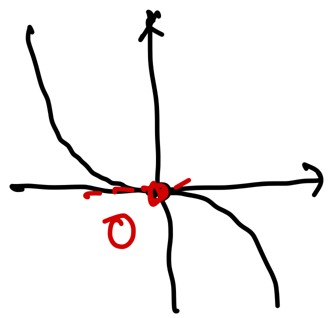


$$x^3+ax+a=0$$

$$x^3+a(x+1)=0$$

$$\underbrace{-x^3}_{y}=\underbrace{a(x+1)}_{y}$$

左



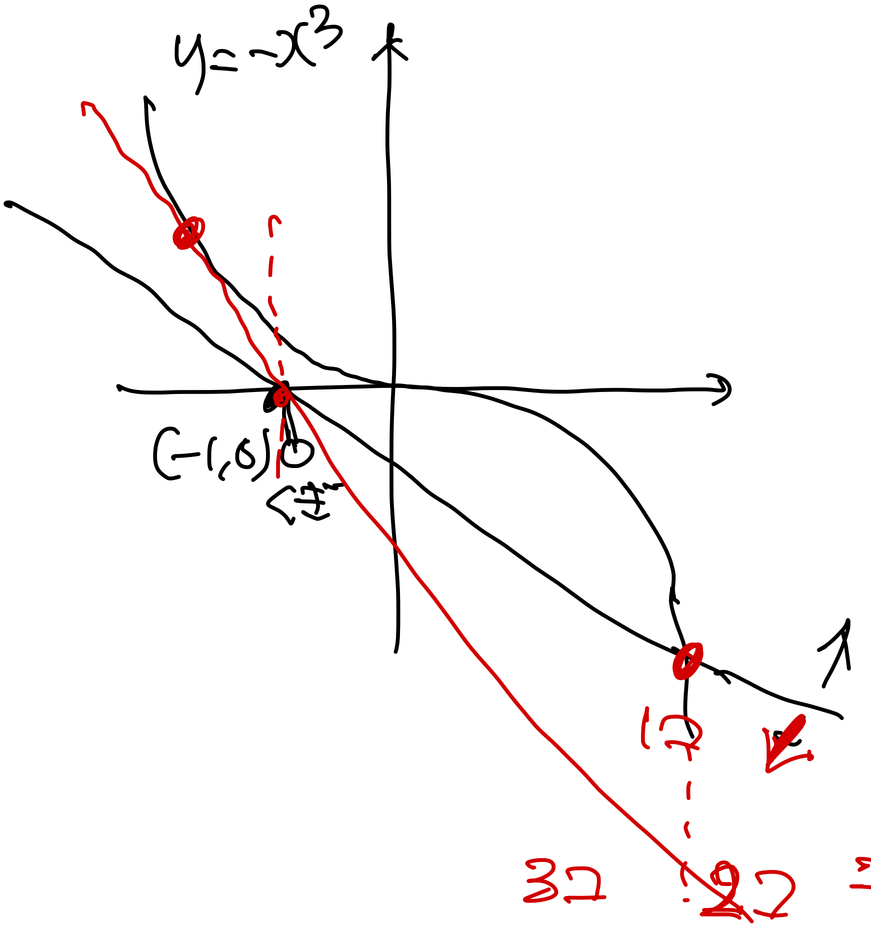
右 $y=a(x+1)$

$[\Leftrightarrow y-0=a(x-(-1))]$

直線　傾き a

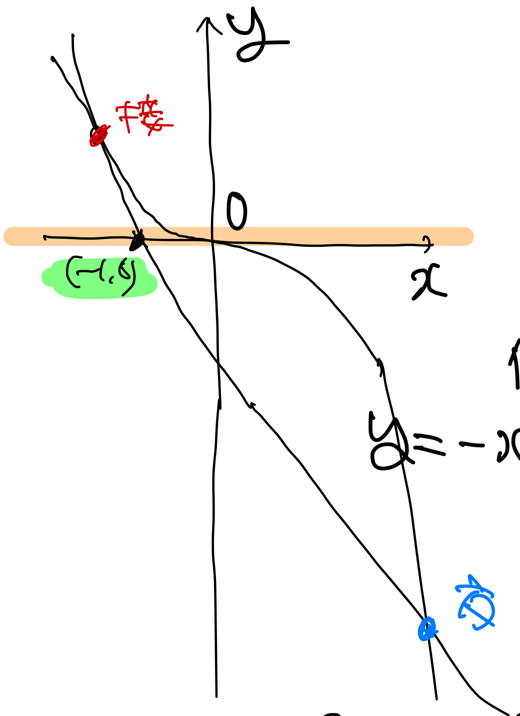
[傾き a] ← 変化する

定点 $(-1,0)$ を通る



このとき $a=\square$

分析図　下図のときの a の値を求める



$y=-x^3$ に
$(-1,0)$ からひいた
接線が左図の
ようになるときの
傾き $a=\boxed{?}$

接点を $(t, -t^3)$ とおくと接線は
$[y'=-3x^2$ より$]$

$$y-(-t^3)=-3t^2(x-t)$$

$$\therefore y=-3t^2x+2t^3$$

これが $(-1,0)$ を通るから代入

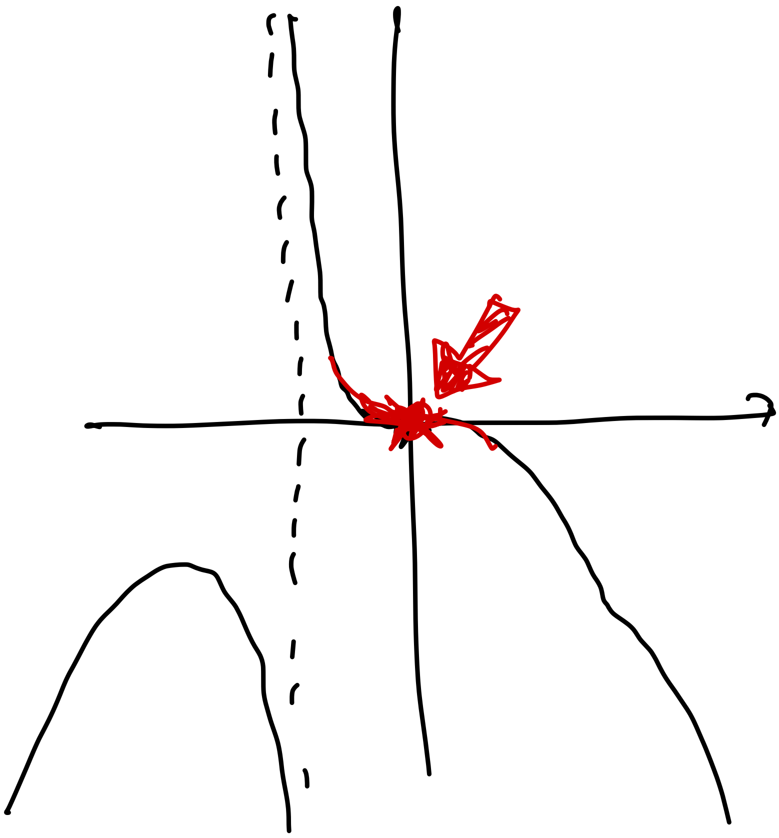
$$0=3t^2+2t^3$$

$$t^2(3+2t)=0$$

$$\therefore t=0, -\frac{3}{2}$$

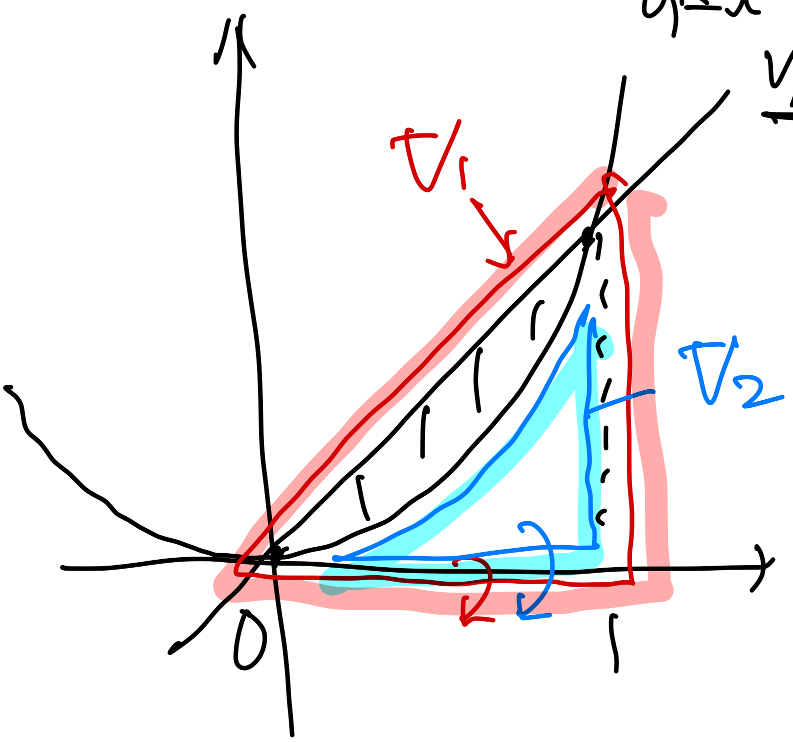
図より　$t=-\frac{3}{2}$

このとき　傾き $a=-3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\boxed{-\frac{27}{4}}$

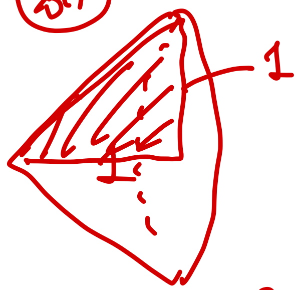


A-33-2

軸との間にスキマがあれば
スキマをうめてひっこぬく
①　②



別 V_1は円すい



$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\cdot1^2\times1=\frac{\pi}{3}$

$(\quad)^2$ではない

$V=V_1-V_2$

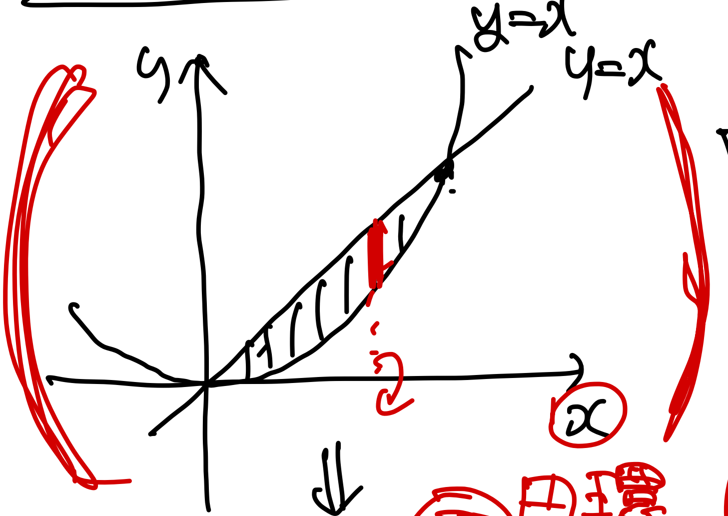
$=\int_0^1 \pi x^2 dx - \int_0^1 \pi (x^2)^2 dx$

$=\pi\int_0^1 (x^2-x^4)dx$

$=\pi\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}\right]_0^1=\pi\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$

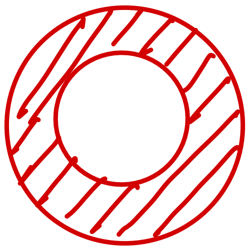
$=\frac{2\pi}{15}$

よくあるまちがい

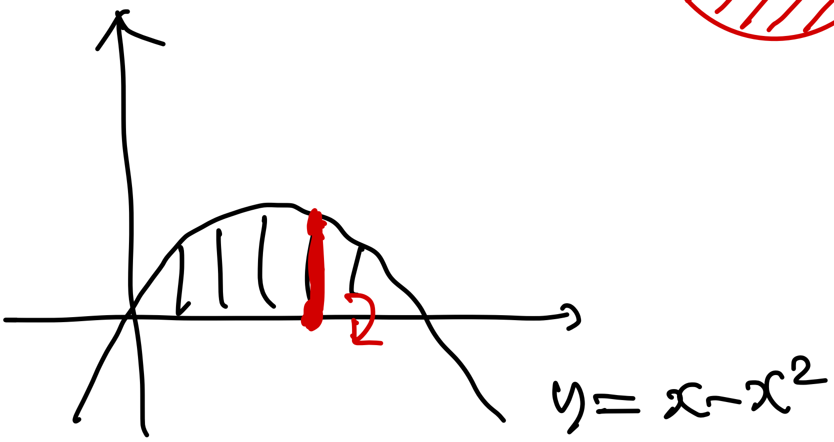


$$V = \int_0^1 \pi \underbrace{(x - x^2)^2}_{\pi r^2} dx$$

上−下



正 円環



誤 円板

B 33 - 7

差の絶対値

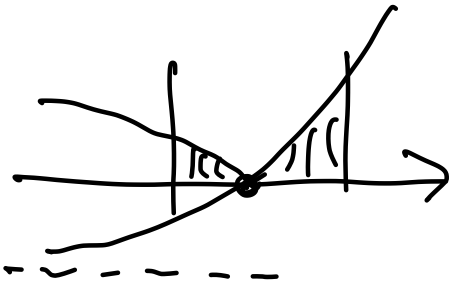
実数 t が $1 \leqq t \leqq e$ の範囲を動くとき，$S(t)=\int_0^1 |e^x - t|\,dx$ の最大値と最小値を求めよ。

まず図示

その1

$y=|e^x-t|$ のグラフ

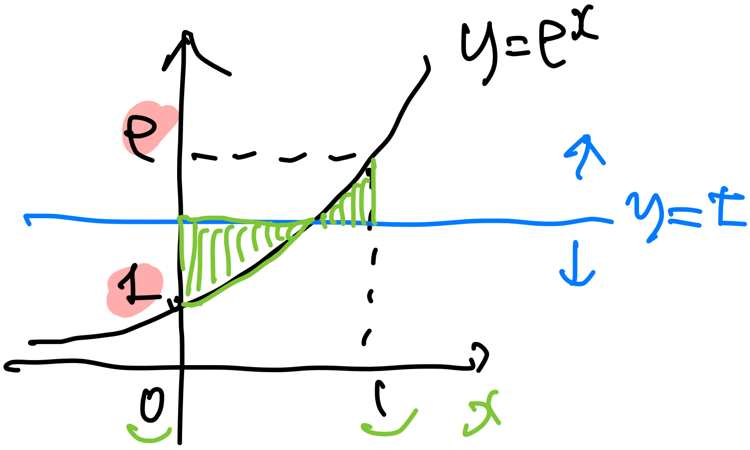
$y=e^x-t$



その2

$(1 \leqq t \leqq e)$

$y=e^x$ と $y=t$ のグラフ



B-33-8

$$(e^y-e)^2=(e^y)^2-2\times e^y\times e^1+e^2$$

$$=e^{2y}-2e^{y+1}+e^2$$

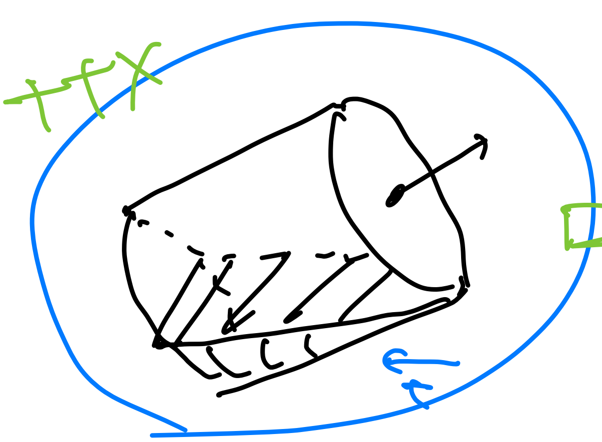
(2) $V_1-V_2=\dfrac{\pi}{2}(e^2-2e-3)=\dfrac{\pi}{2}(e+1)(e-3)$

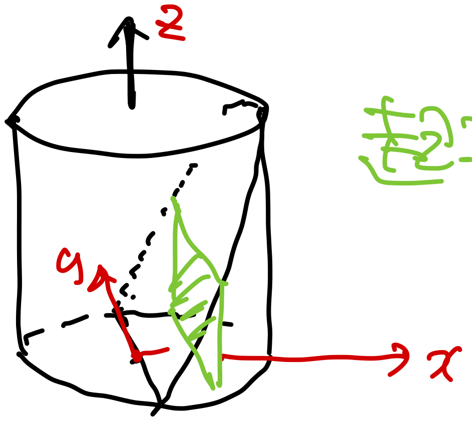
$e<3$ であるから　$V_1-V_2<0$　　　よって　$V_1<V_2$

B 33 - 13

底面の半径が 10 の円筒状の容器に水が入っている。水がこぼれ始めるぎりぎりまで容器を傾けたところ，容器は鉛直方向に対し 60° 傾き，水面は底面の中心を通った。水の量 V を求めよ。

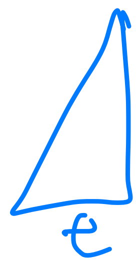
ナナメ

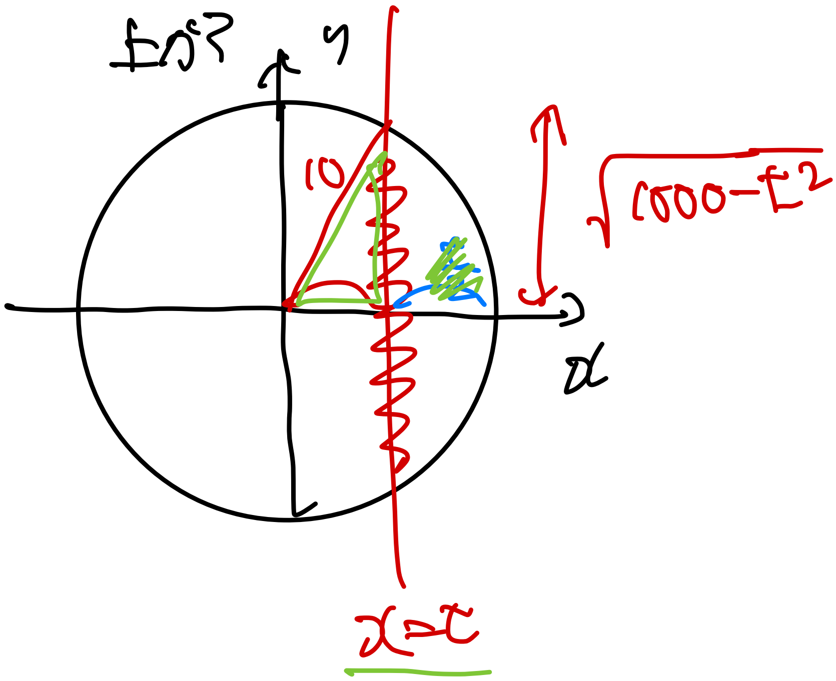


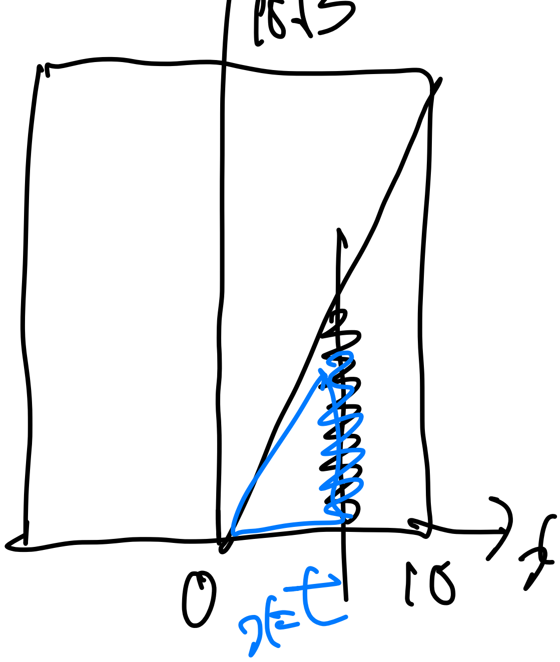


起こす。

$\boxed{x=t}$ で切ると、長方形



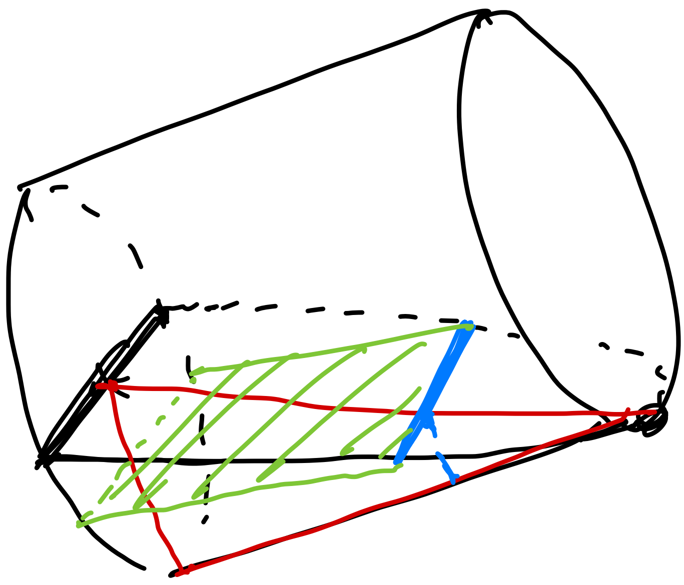


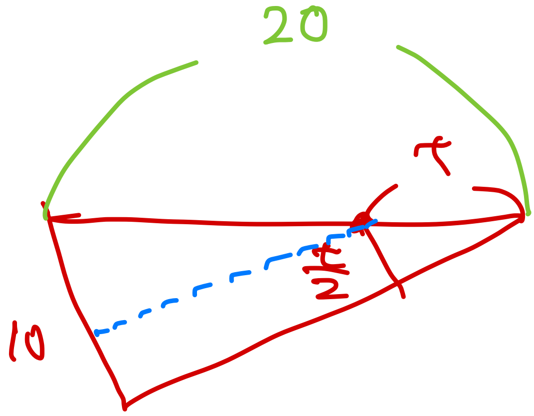


ヨコ $2\sqrt{1000-t^2}$

タテ $\sqrt{3}t$

断面積 $S(t)=2\sqrt{1000-t^2}\times\sqrt{3}t$





$$\int_0^{10} \sqrt{3}\,(10-t) \times 2\underbrace{\sqrt{t(20-t)}}\,dt$$

$$= \sqrt{-t^2+20t}$$

$$= \sqrt{100-(\underbrace{t-10}_{10\sin\theta})^2}$$

$$\boxed{\begin{gathered}\sqrt{r^2-x^2} \\ \Downarrow \\ x = r\sin\theta\end{gathered}}$$