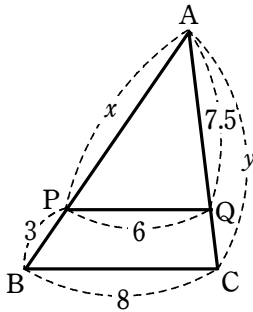


BASIC+STANDARD問題

1 3辺の長さが a , $a-1$, $50-a$ の三角形がある。このとき、 a の値の範囲を求めよ。
また、この三角形が直角三角形となるとき、 a の値を求めよ。

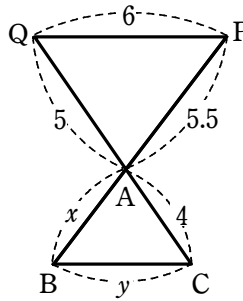
2 次の図において、 x , y の値を求めよ。

(1)



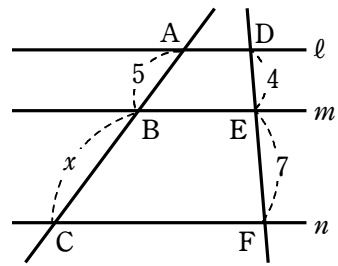
$PQ \parallel BC$

(2)



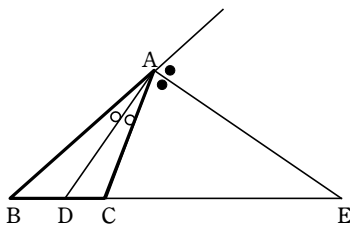
$PQ \parallel BC$

(3)



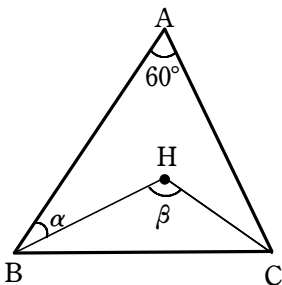
$l \parallel m \parallel n$

3 下の図で、 $AB=6$, $BC=3$, $CA=4$ であり、 AD は $\angle BAC$ の二等分線、 AE は $\angle BAC$ の外角の二等分線である。
 BD の長さ と BE の長さをそれぞれ求めよ。

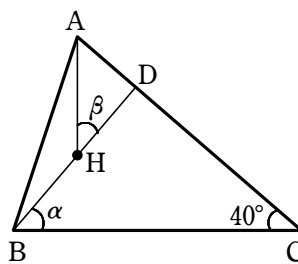


4 下の図において、点 H は $\triangle ABC$ の垂心である。角 α , β を求めよ。

(1)

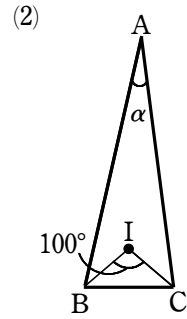
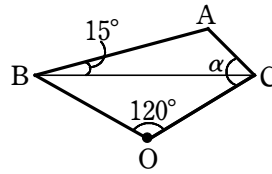


(2)

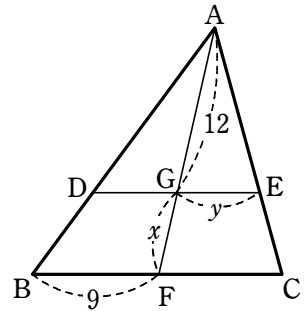


数学① 第4回試験 平面図形

- 5 右の図で、点Oは△ABCの外心、
点Iは△ABCの内心である。αを求めよ。



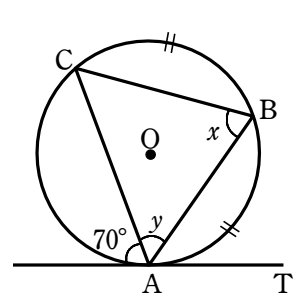
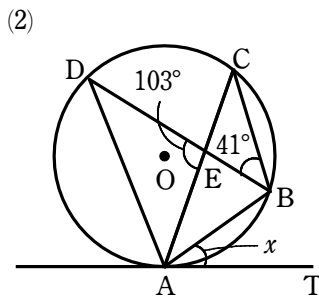
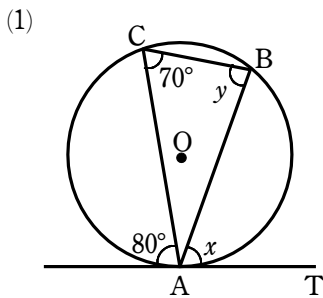
- 6 右の図において、点Gは△ABCの重心であり、
DE//BCである。このとき、x、yの値を求めよ。



- 7 △ABCの辺AB、AC上にそれぞれ点R、Qがあり、
AR : RB = 5 : 1, AQ : QC = 2 : 3である。線分BQとCRの交点をO、
直線AOと辺BCの交点をPとするとき、次の比を求めよ。

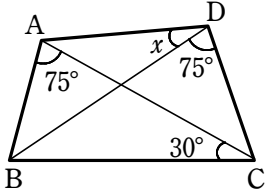
- (1) BP : PC (2) AO : OP (3) △ABC : △OBC

- 8 次の図において、直線ATは点Aで円Oに接している。xとyを求めよ。

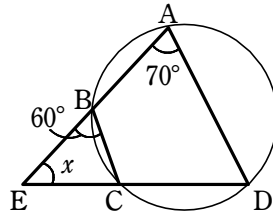


- 9 次の図において、角xの大きさを求めよ。

(1)

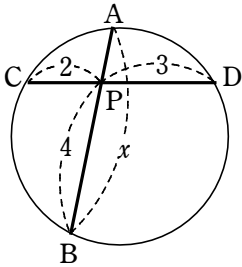


(2)

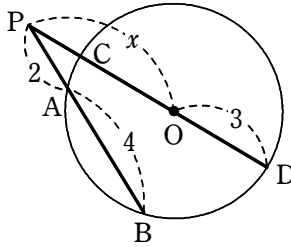


10 下の図において、 x の値を求めよ。Oは円の中心とする。

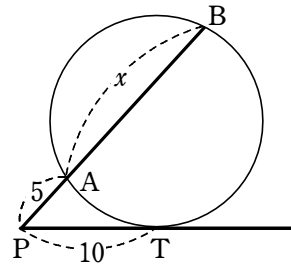
(1)



(2)

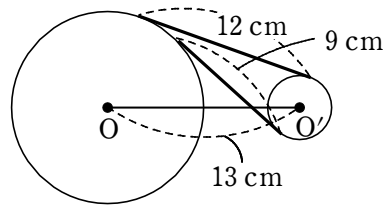


(3)



PTは円の接線

11 右の図のように、中心間の距離が13 cm、共通外接線の長さが12 cm、共通内接線の長さが9 cmである2つの円O, O'がある。
この2つの円の半径を、それぞれ求めよ。



12 3辺の長さが a, b, c の直角三角形の外接円の半径が $\frac{3}{2}$ 、内接円の半径が $\frac{1}{2}$ のとき、

次の問いに答えよ。ただし、 $a \geq b \geq c$ とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) b と c の値を求めよ。

実戦問題

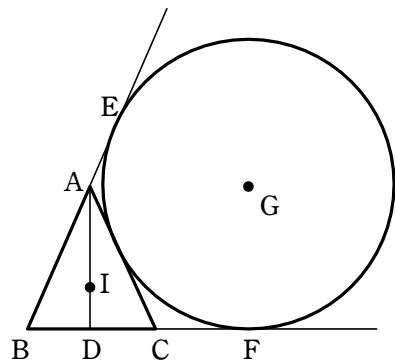
13 AB=2, BC=x, AC=4-xであるような△ABCがある。

- (1) xの値の範囲を求めよ。
- (2) △ABCが鋭角三角形であるようなxの値の範囲を求めよ。

14 鋭角三角形ABCにおいて、AB=8とする。辺ACを1:2に内分する点をDとし、辺BCを3:2に内分する点をEとする。このとき、2点D, Eを通る直線ℓと2点A, Bを通る直線の交点をPとすると、AP= である。また、直線ℓと三角形ABCの外接円との2つの交点のうちPに近い方の交点をQとし、他の交点をRとする。このとき、PQ=3ならば、QR= である。

15 AB=ACである二等辺三角形ABCの内接円の中心をIとし、内接円と辺BCの接点をDとする。辺BAの延長と点Eで、辺BCの延長と点Fで接し、辺ACと接する∠B内の円の中心をGとする。

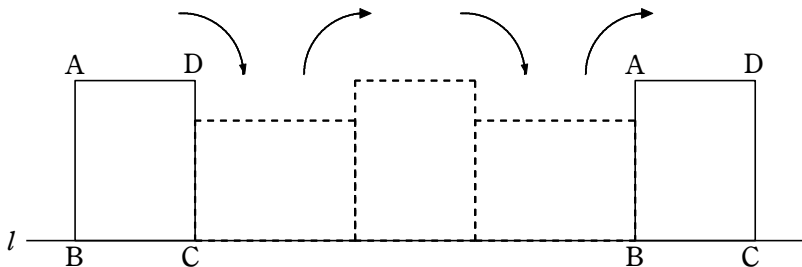
- (1) AD=GFとなることを証明せよ。
- (2) AB=7, BD=3のとき、IGの長さを求めよ。



16 C₁, C₂, C₃は、半径がそれぞれa, a, 2aの円とする。いま、半径1の円Cにこれらが内接していて、C₁, C₂, C₃は互いに外接しているとき、aの値を求めよ。

17 (出典・2009常総学院高)

図のように、AB=4 cm, BC=3 cm, CA=5 cmである長方形ABCDを直線ℓに沿って、滑ることなくちょうど1回転するまで転がす。



頂点Bが動いた跡の線の長さは π cm であり、頂点Bが動いた跡の線と直線ℓとで囲まれた部分の面積は cm² である。ただし、πは円周率とする。

数学① 第4回試験 平面図形

- 1 解答 (前半) $17 < a < 49$ (後半) $a = 21, 41$
- 2 解答 (1) $x = 9, y = 10$ (2) $x = 4.4, y = 4.8$ (3) $x = 8.75$
- 3 解答 $BD = \frac{9}{5}, BE = 9$
- 4 解答 (1) $\alpha = 30^\circ, \beta = 120^\circ$ (2) $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$
- 5 解答 (1) 75° (2) 20°
- 6 解答 $x = 6, y = 6$
- 7 解答 (1) $2 : 15$ (2) $17 : 3$ (3) $20 : 3$
- 8 解答 (1) $x = 70^\circ, y = 80^\circ$ (2) $x = 36^\circ$ (3) $x = 70^\circ, y = 55^\circ$
- 9 解答 (1) $x = 30^\circ$ (2) $x = 50^\circ$
- 10 解答 (1) $x = \frac{11}{2}$ (2) $x = \sqrt{21}$ (3) $x = 15$
- 11 解答 $\left(\sqrt{22} + \frac{5}{2}\right) \text{cm}, \left(\sqrt{22} - \frac{5}{2}\right) \text{cm}$
- 12 解答 (1) $a = 3$ (2) $b = \frac{4 + \sqrt{2}}{2}, c = \frac{4 - \sqrt{2}}{2}$
- 13 解答 (1) $1 < x < 3$ (2) $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$
- 14 解答 (ア) 4 (イ) 13
- 15 解答 (1) 略 (2) $IG = \frac{7\sqrt{35}}{5}$
- 16 解答 $a = \frac{4\sqrt{2} - 5}{2}$
- 17 解答 (ア) 6 (イ) $\frac{25}{2}\pi + 12$

① (前半) 3辺の長さが a , $a-1$, $50-a$ の三角形が存在するための条件は

$$a - (a-1) < 50 - a < a + (a-1)$$

すなわち $1 < 50 - a < 2a - 1$

$1 < 50 - a$ から $a < 49$ $50 - a < 2a - 1$ から $a > 17$

よって、求める a の値の範囲は $17 < a < 49$ …… ①

(後半) $a > a-1$ であるから、直角三角形となるのは次の [1], [2] のどちらかである。

[1] 長さ a の辺が斜辺になる場合

三平方の定理から $(a-1)^2 + (50-a)^2 = a^2$

整理すると $a^2 - 102a + 2501 = 0$

$$(a-41)(a-61) = 0$$

これを解くと $a = 41, 61$ ① を満たすのは $a = 41$

[2] 長さ $50-a$ の辺が斜辺になる場合

三平方の定理から $(a-1)^2 + a^2 = (50-a)^2$

整理すると $a^2 + 98a - 2499 = 0$

$$(a-21)(a+119) = 0$$

これを解くと $a = 21, -119$ ① を満たすのは $a = 21$

したがって、求める a の値は $a = 21, 41$

② (1) $PQ \parallel BC$ であるから

$$AP : AB = PQ : BC \quad \dots\dots \text{①}, \quad AQ : AC = PQ : BC \quad \dots\dots \text{②}$$

① から $x : (x+3) = 6 : 8$ ゆえに $8x = 6(x+3)$ よって $x = 9$

② から $7.5 : y = 6 : 8$ ゆえに $6y = 60$ よって $y = 10$

(2) $PQ \parallel BC$ であるから

$$AP : AB = AQ : AC \quad \dots\dots \text{①}, \quad PQ : BC = AQ : AC \quad \dots\dots \text{②}$$

① から $5.5 : x = 5 : 4$ ゆえに $5x = 22$ よって $x = 4.4$

② から $6 : y = 5 : 4$ ゆえに $5y = 24$ よって $y = 4.8$

(3) 点 A を通り、DF に平行な直線を引き、 m , n との交点をそれぞれ P, Q とする。

$BP \parallel CQ$ であるから

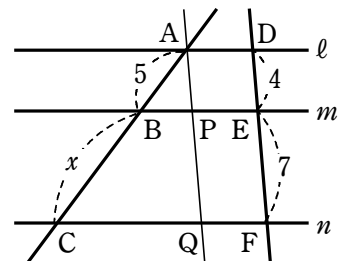
$$AB : BC = AP : PQ \quad \dots\dots \text{①}$$

また、四角形 APED, PQFE は、ともに 2 組の対辺が平行であるから平行四辺形である。

よって $AP = DE = 4$, $PQ = EF = 7$

ゆえに、① から $5 : x = 4 : 7$

よって $4x = 35$ ゆえに $x = 8.75$



③ BD の長さを x とおく。

$AB : AC = BD : DC$ が成り立つから $6 : 4 = x : (3-x)$

よって $2x = 3(3-x)$ ゆえに $x = \frac{9}{5}$

また、BE の長さを y とおく。

$AB : AC = BE : EC$ が成り立つから $6 : 4 = y : (y-3)$

よって $2y = 3(y-3)$ ゆえに $y = 9$

したがって $BD = \frac{9}{5}$, $BE = 9$

- 4 (1) 線分 BH の延長と辺 AC の交点を D, 線分 CH の延長と辺 AB の交点を E とする。

H は $\triangle ABC$ の垂心であるから

$\angle ADB = 90^\circ$, $\angle AEC = 90^\circ$

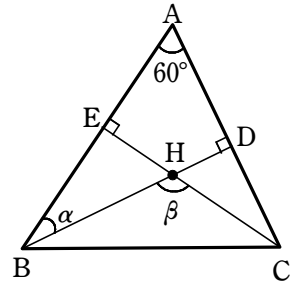
$\triangle ABD$ の内角の和は 180° であるから

$\alpha + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

よって $\alpha = 30^\circ$

また、 $\angle BHC = \angle BEH + \angle EBH$ であるから

$\beta = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$



- (2) 線分 AH の延長と辺 BC の交点を E とする。

H は $\triangle ABC$ の垂心であるから

$\angle BDC = 90^\circ$, $\angle AEB = 90^\circ$

$\triangle BDC$ の内角の和は 180° であるから

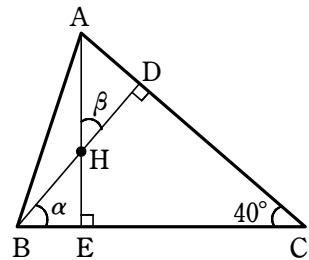
$\alpha + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$

よって $\alpha = 50^\circ$

また、 $\angle AHD = \angle BHE$ であり、 $\triangle BHE$ の内角の和は 180° であるから

$50^\circ + 90^\circ + \beta = 180^\circ$

よって $\beta = 40^\circ$



- 5 (1) $OB = OC$ であるから

$\angle OBC = \angle OCB = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$

よって $\angle ABO = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$

O と A を結ぶと、 $OA = OB$ であるから

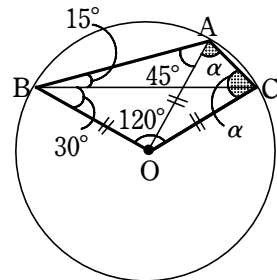
$\angle OAB = \angle ABO = 45^\circ$

ゆえに $\angle BOA = 180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

よって $\angle AOC = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

また、 $OA = OC$ であるから $\angle OAC = \angle OCA = \alpha$

したがって $\alpha = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$



(2) $\triangle IBC$ において

$$\angle IBC + \angle ICB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

BI は $\angle B$ の二等分線であるから

$$\angle B = 2\angle IBC \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

CI は $\angle C$ の二等分線であるから

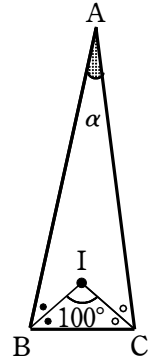
$$\angle C = 2\angle ICB \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

よって $\alpha = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ を代入して

$$\begin{aligned} \alpha &= 180^\circ - (2\angle IBC + 2\angle ICB) \\ &= 180^\circ - 2(\angle IBC + \angle ICB) \end{aligned}$$

$\textcircled{1}$ を代入して $\alpha = 180^\circ - 2 \times 80^\circ = 20^\circ$



$\textcircled{6}$ 重心 G は中線 AF を 2 : 1 に内分するから $12 : x = 2 : 1$

よって $2x = 12$ したがって $x = 6$

また, F は辺 BC の中点であるから $FC = BF = 9$

$GE \parallel FC$ であるから $GE : FC = AG : AF = 2 : 3$

よって $y : 9 = 2 : 3$ ゆえに $3y = 18$ したがって $y = 6$

$\textcircled{7}$ (1) $\triangle ABC$ と点 O にチェバの定理を用いると

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

よって $\frac{BP}{PC} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{1} = 1$ ゆえに $\frac{BP}{PC} = \frac{2}{15}$

したがって $BP : PC = 2 : 15$

(2) $\triangle ABP$ と直線 RC にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{AO}{OP} \cdot \frac{PC}{CB} \cdot \frac{BR}{RA} = 1$$

ここで, (1) の結果から $PC : CB = 15 : 17$

よって $\frac{AO}{OP} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{1}{5} = 1$ ゆえに $\frac{AO}{OP} = \frac{17}{3}$

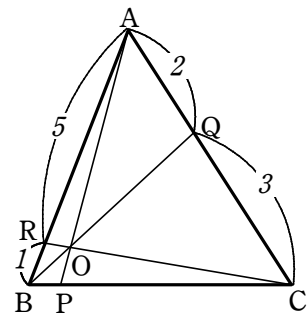
したがって $AO : OP = 17 : 3$

(3) 辺 BC は $\triangle ABC$ と $\triangle OBC$ の共通の底辺であるから

$$\triangle ABC : \triangle OBC = AP : OP$$

(2) の結果から $AP : OP = 20 : 3$

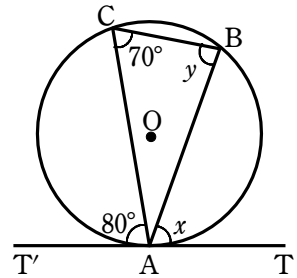
したがって $\triangle ABC : \triangle OBC = 20 : 3$



- 8 (1) 右の図において、接線と弦の作る角により

$$x = \angle ACB = 70^\circ$$

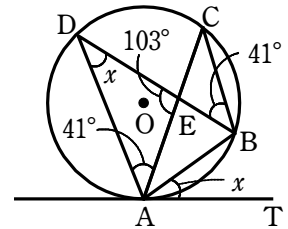
$$y = \angle CAT' = 80^\circ$$



- (2) 接線と弦の作る角により $\angle ADB = \angle BAT = x$
 また、円周角の定理により $\angle DAC = \angle DBC = 41^\circ$
 よって、 $\triangle ADE$ において

$$x = 180^\circ - (\angle DAE + \angle DEA)$$

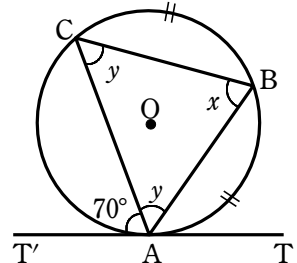
$$= 180^\circ - (41^\circ + 103^\circ) = 36^\circ$$



- (3) 右の図において、接線と弦の作る角により

$$x = \angle CAT' = 70^\circ \dots\dots \textcircled{1}$$

$\widehat{AB} = \widehat{BC}$ であるから $\angle BCA = \angle CAB = y$
 よって、 $\triangle ABC$ において $x + y + y = 180^\circ$
 これと $\textcircled{1}$ から $70^\circ + 2y = 180^\circ$
 したがって $y = 55^\circ$



- 9 (1) $\angle BAC = \angle BDC (= 75^\circ)$ から、弧 BC に対する円周角が等しいので、四角形 ABCD は円に内接する。よって $x = \angle ADB = \angle ACB = 30^\circ$

- (2) 四角形 ABCD は円に内接しているので、 $\angle ADC = \angle EBC = 60^\circ$
 よって、 $\triangle AED$ において $x + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ$
 したがって $x = 50^\circ$

- 10 (1) 方べきの定理から $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ すなわち $(x-4) \cdot 4 = 2 \cdot 3$

整理して $4x = 22$ よって $x = \frac{11}{2}$

- (2) CO は円 O の半径であるから $CO = 3$ よって $PC = x - 3$
 方べきの定理から $PA \cdot PB = PC \cdot PD$ すなわち $2 \cdot (2+4) = (x-3)(x+3)$

整理して $x^2 = 21$ $x > 0$ であるから $x = \sqrt{21}$

- (3) 方べきの定理から $PA \cdot PB = PT^2$ すなわち $5(5+x) = 10^2$

整理して $5x = 75$ よって $x = 15$

11 円Oの半径を R cm, 円O'の半径を r cm ($R > r$) とする。

円O, O'と共通外接線との接点を, それぞれA, Bとする。

O'からOAに引いた垂線をO'Hとすると,
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ であるから

$$HO' = AB = 12 \text{ (cm)}$$

$$AH = BO' = r \text{ (cm)}$$

よって $OH = OA - AH = R - r$ (cm)

$\triangle OO'H$ において, $\angle H = 90^\circ$ であるから $OH^2 + HO'^2 = OO'^2$

すなわち $(R - r)^2 + 12^2 = 13^2$

ゆえに $(R - r)^2 = 25$

$R - r > 0$ であるから $R - r = 5$ …… ①

円O, O'と共通内接線との接点を, それぞれC, Dとする。

OからO'Dの延長に引いた垂線をOKとすると,
 $\angle C = \angle D = 90^\circ$ であるから

$$OK = CD = 9 \text{ (cm)}$$

$$KD = OC = R \text{ (cm)}$$

よって $KO' = KD + DO' = R + r$ (cm)

$\triangle O'OK$ において, $\angle K = 90^\circ$ であるから $OK^2 + KO'^2 = OO'^2$

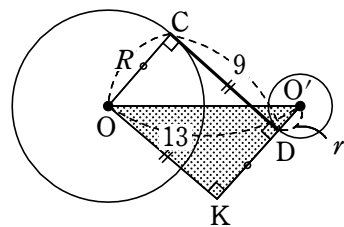
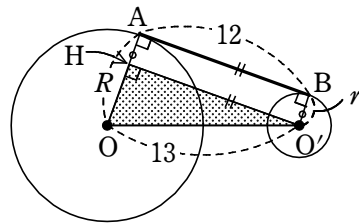
すなわち $9^2 + (R + r)^2 = 13^2$

ゆえに $(R + r)^2 = 88$

$R + r > 0$ であるから $R + r = 2\sqrt{22}$ …… ②

①+②から $2R = 2\sqrt{22} + 5$ よって $R = \sqrt{22} + \frac{5}{2}$ (cm)

②-①から $2r = 2\sqrt{22} - 5$ よって $r = \sqrt{22} - \frac{5}{2}$ (cm)

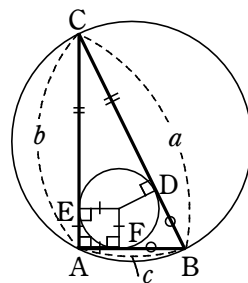


12 (1) $a \geq b \geq c$ であるから, 直角三角形の斜辺の長さは a である。直角三角形の斜辺の長さは外接円の直径の長さと等しいから

$$a = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

(2) 直角三角形を右の図のように $\triangle ABC$ と表し, 内接円との接点を D, E, F と定める。

$AE = \frac{1}{2}$, $AF = \frac{1}{2}$ であるから



$$BD = BF = c - \frac{1}{2},$$

$$CD = CE = b - \frac{1}{2}$$

BD + CD = BC であるから $b + c - 1 = 3$

よって $b + c = 4$ …… ①

また、三平方の定理から $b^2 + c^2 = 3^2$ …… ②

①、② から、 c を消去して $b^2 + (4 - b)^2 = 9$

ゆえに $2b^2 - 8b + 7 = 0$

よって $b = \frac{4 \pm \sqrt{2}}{2}$

このとき、① から $c = \frac{4 \mp \sqrt{2}}{2}$ (上の b と複号同順)

$b \geq c$ であるから $b = \frac{4 + \sqrt{2}}{2}$, $c = \frac{4 - \sqrt{2}}{2}$

- 13 (1) 2, x , $4 - x$ が三角形の3辺の長さとなるための条件は、次の3つの不等式が同時に成り立つことである。

$$2 + x > 4 - x \quad \dots\dots ①$$

$$x + (4 - x) > 2 \quad \dots\dots ②$$

$$(4 - x) + 2 > x \quad \dots\dots ③$$

① を解くと $x > 1$

② は、 $4 > 2$ となり常に成り立つ。

③ を解くと $x < 3$

よって、求める x の値の範囲は $1 < x < 3$ …… ④

- (2) $\triangle ABC$ が鋭角三角形となるための条件は、④ および次の3つの不等式が同時に成り立つことである。

$$2^2 < x^2 + (4 - x)^2 \quad \dots\dots ⑤$$

$$x^2 < (4 - x)^2 + 2^2 \quad \dots\dots ⑥$$

$$(4 - x)^2 < x^2 + 2^2 \quad \dots\dots ⑦$$

⑤ から $2(x^2 - 4x + 6) > 0$

$x^2 - 4x + 6 = (x - 2)^2 + 2 > 0$ であるから、⑤ は常に成り立つ。

⑥ から $8x - 20 < 0$ よって $x < \frac{5}{2}$ …… ⑥'

⑦ から $8x - 12 > 0$ よって $x > \frac{3}{2}$ …… ⑦'

④、⑥'、⑦' の共通範囲を求めて $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$

14 △ABCと直線PEにメネラウスの定理を用いると

$$\frac{BP}{PA} \cdot \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CE}{EB} = 1 \quad \text{すなわち} \quad \frac{BP}{PA} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$$

ゆえに、 $\frac{BP}{PA} = 3$ から $BP : PA = 3 : 1$

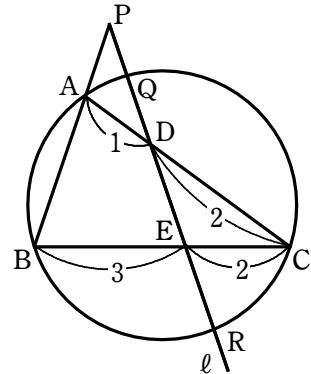
よって、 $AB : AP = 2 : 1$ であり、 $AB = 8$ であるから

$$AP = 4$$

方べきの定理により $PA \cdot PB = PQ \cdot PR$

すなわち $4 \cdot 12 = 3 \cdot (3 + QR)$

よって $QR = 13$



15 (1) AD は $\angle BAC$ の二等分線であるから、

$\angle DAB = \alpha$ とおくと $\angle DAC = \alpha$

また、AE, AC は円Gの接線であるから、

$\angle EAG = \beta$ とおくと $\angle CAG = \beta$

ここで、

$$\angle BAD + \angle DAC + \angle CAG + \angle GAE = 180^\circ$$

であるから $\alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ$

よって $\alpha + \beta = 90^\circ$

すなわち

$$\angle DAG = \angle DAC + \angle CAG = 90^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

また $\angle ADF = 90^\circ$, $\angle GFD = 90^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$

よって、 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、四角形 ADFG は長方形である。

したがって $AD = GF$

(2) $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{7^2 - 3^2} = 2\sqrt{10}$

BI は $\angle ABD$ の二等分線であるから

$$AI : ID = AB : BD = 7 : 3$$

よって $AI = \frac{7}{10}AD = \frac{7}{10} \times 2\sqrt{10} = \frac{7\sqrt{10}}{5}$

(1) より、四角形 ADFG は長方形であるから

$$AG \parallel BF$$

ゆえに $\angle AGB = \angle GBF$

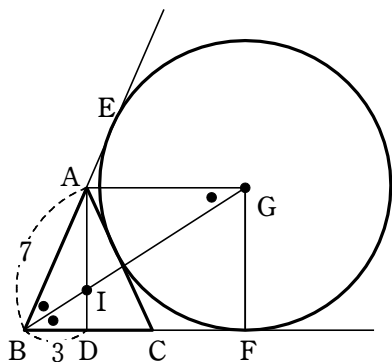
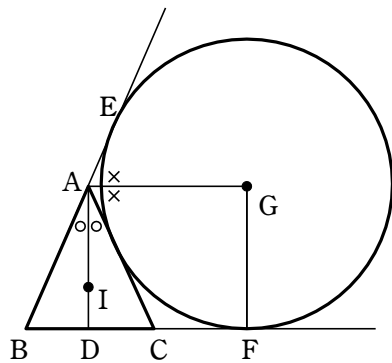
また $\angle ABG = \angle GBF$

よって $\angle AGB = \angle ABG$

したがって、 $\triangle ABG$ は二等辺三角形であるから $AG = AB = 7$

$\triangle AIG$ において、三平方の定理により

$$IG = \sqrt{AI^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{7\sqrt{10}}{5}\right)^2 + 7^2} = \frac{7\sqrt{35}}{5}$$



16 円 C, C_1, C_2, C_3 の中心をそれぞれ O, O_1, O_2, O_3

とし、2円 C_1, C_2 の接点を H とする。

このとき $OO_1=1-a, O_1O_3=a+2a=3a$

$\triangle OO_1H$ において、三平方の定理から

$$OH = \sqrt{(1-a)^2 - a^2} = \sqrt{1-2a}$$

また $OO_3=1-2a$

$\triangle O_3O_1H$ において、三平方の定理から

$$O_3H = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$$

$OH + OO_3 = O_3H$ であるから $\sqrt{1-2a} + (1-2a) = 2\sqrt{2}a$

ゆえに $\sqrt{1-2a} = 2(1+\sqrt{2})a - 1 \dots\dots ①$

① の左辺の根号内が 0 以上であることから $0 < a \leq \frac{1}{2}$

① の右辺が 0 以上であることから $a \geq \frac{1}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

よって $\frac{\sqrt{2}-1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2} \dots\dots ②$

① の両辺を平方し、整理すると $2(3+2\sqrt{2})a^2 = (1+2\sqrt{2})a$

$a > 0$ であるから $2(3+2\sqrt{2})a = 1+2\sqrt{2}$

$$\text{よって } a = \frac{1+2\sqrt{2}}{2(3+2\sqrt{2})} = \frac{(1+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{2(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{4\sqrt{2}-5}{2}$$

これは ② を満たす。

17 求める長さは、下の図の 3 つの弧の長さの和であるから

$$\begin{aligned} & 2\pi \times 3 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 5 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} \\ & = 6\pi \text{ (cm)} \end{aligned}$$

求める面積は、3 つのおうぎ形と長方形 1 個分であるから

$$\begin{aligned} & \pi \times 3^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 5^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} + 3 \times 4 \\ & = \frac{25}{2}\pi + 12 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

