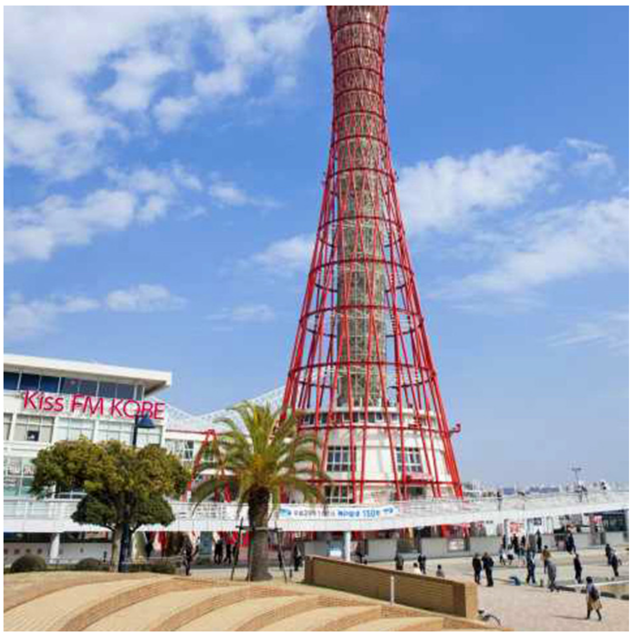
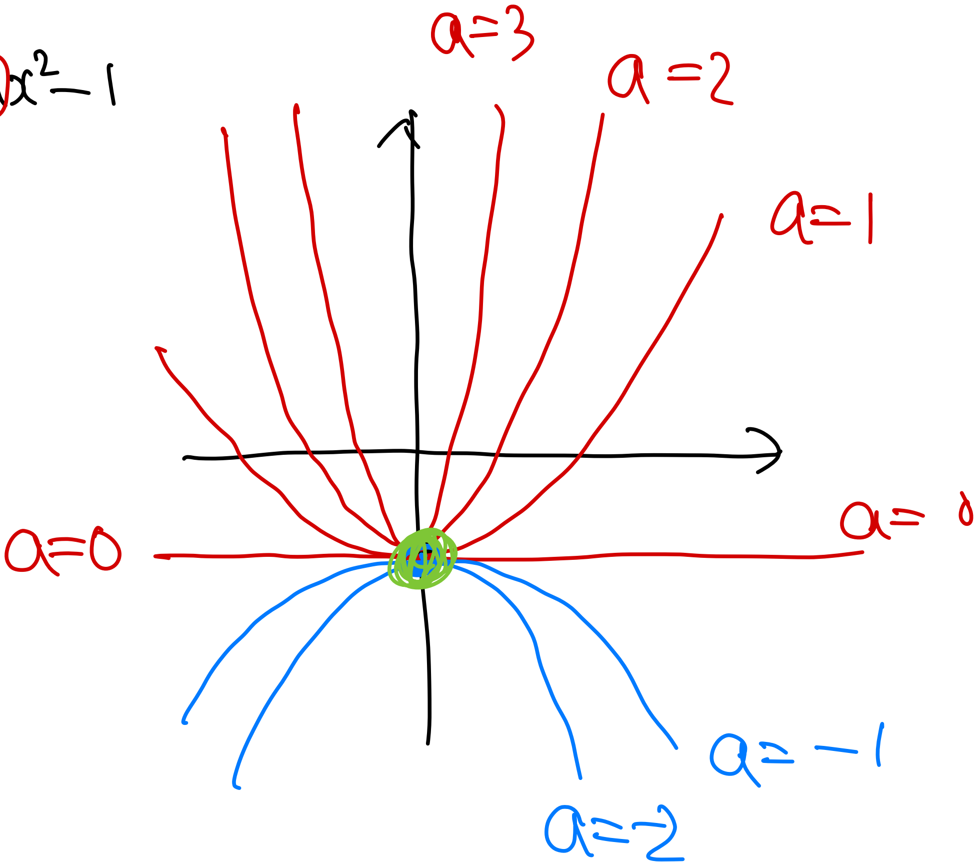
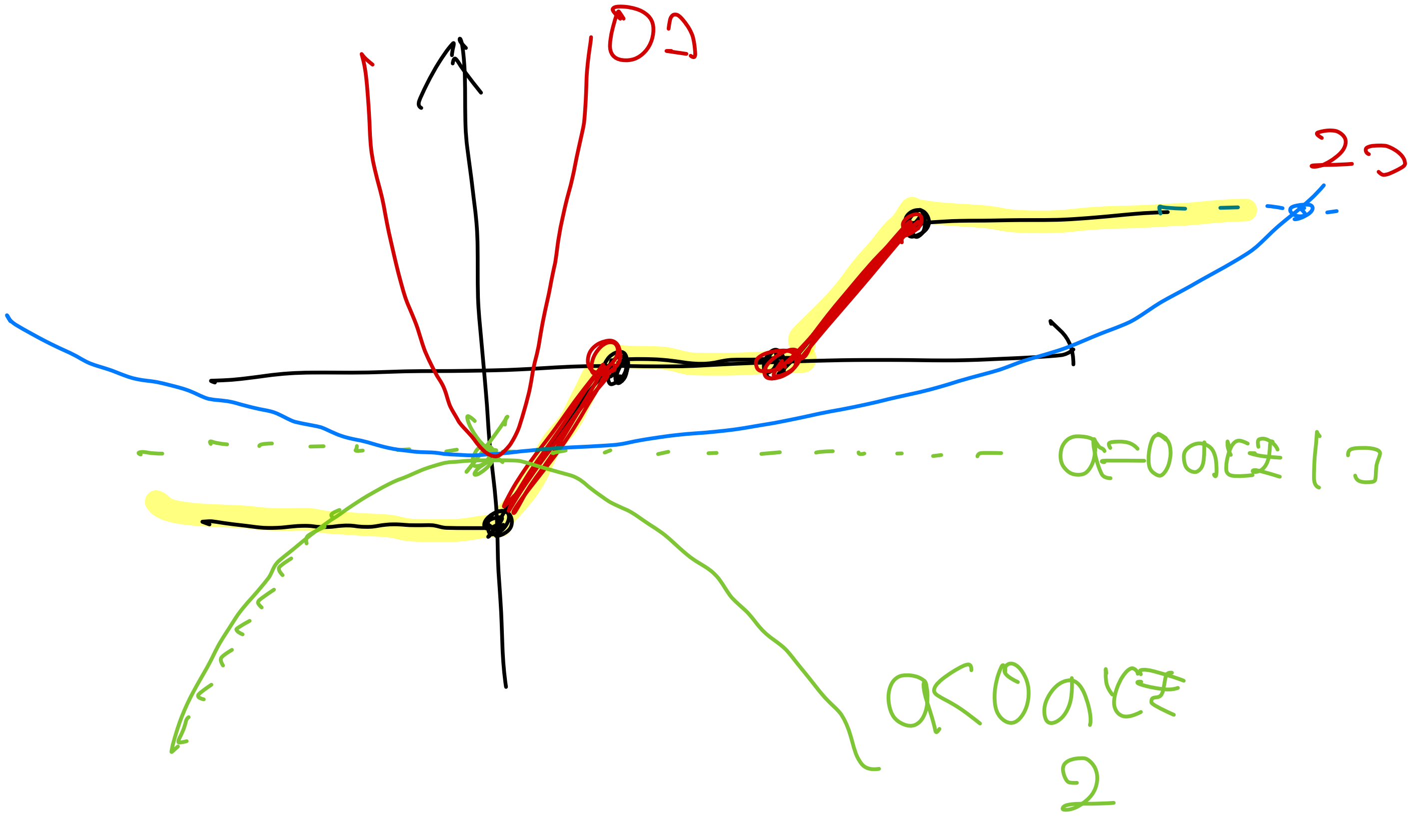
7/22

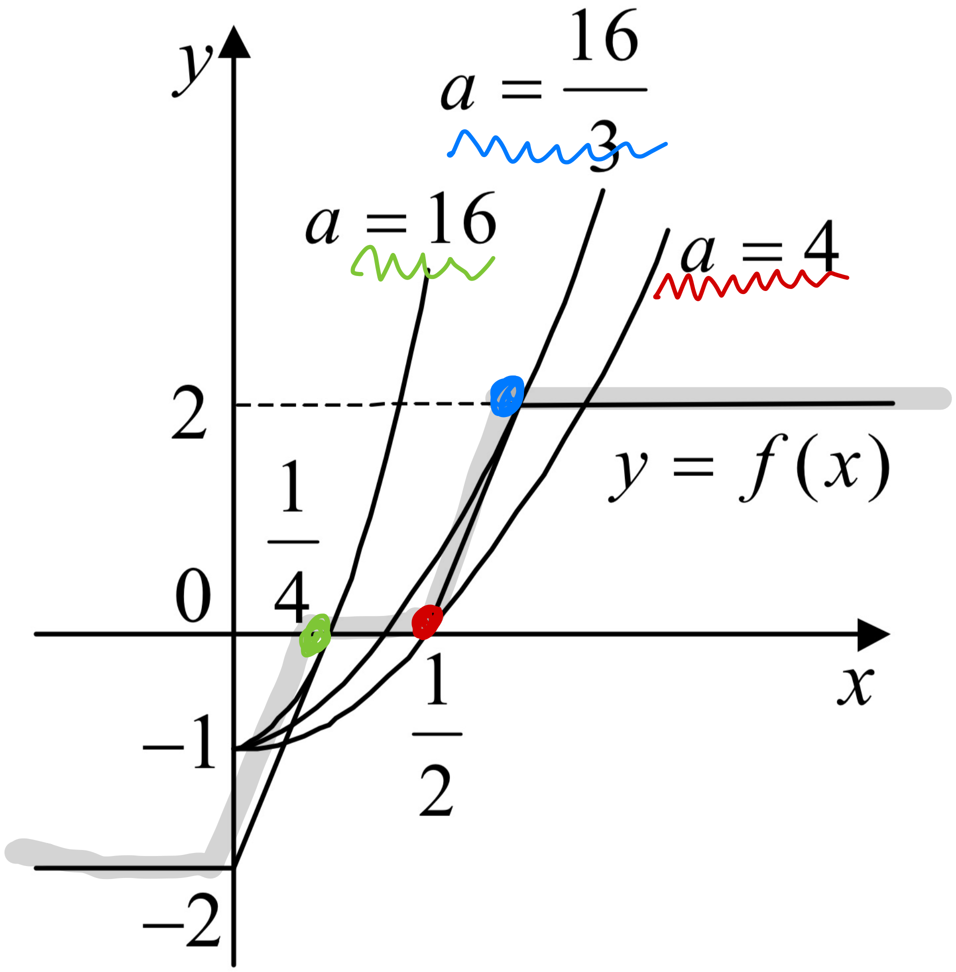


$\boxed{2}$ $y = ax^2 - 1$





a	・・・・	0	・・・・ 2
個	2	1	



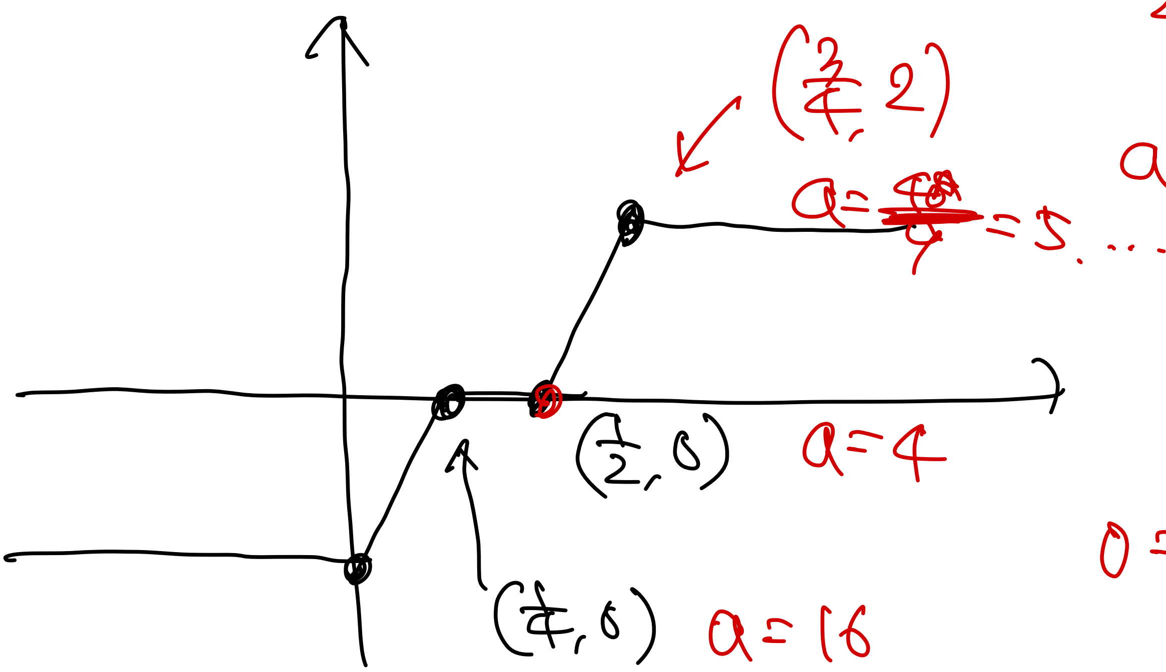
a	…	0	…	4	…	$\frac{16}{3}$	…	16	…
個	2	1	2	3		3		1	

$y = ax^2 - 1$

$y = ax^2 - 1$

$2 = \frac{9}{16}a - 1$

$a = 3 \times \frac{16}{9} = \frac{48}{9}$



$0 = \frac{1}{16}a - 1$

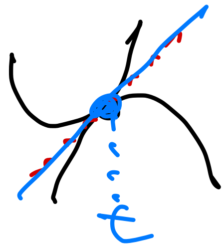
接するといえば…

円 ① 円では半径⊥接線 ⇒

I ② 2次では 判別式ゼロ.

接点 = 重解 = 2乗因数

II ③ 微分 → 接線



II C ④ 接線公式

円、楕円、双曲線、放物線

Quiz $x^2+y^2=r^2$ の (x_0, y_0) での接線は

$x_0x+y_0y=r^2$

例 $x^2+y^2=25$ の $(4, 3)$ での接線は

Ans $4x+3y=25$

2乗の片方に接点代入

二次曲線の接線（再掲）

曲線上の点 $(x_0,\ y_0)$ における接線の方程式は

[1] 楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ では　$\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$

[2] 双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ では　$\dfrac{x_0x}{a^2}-\dfrac{y_0y}{b^2}=1$

[3] 放物線 $y^2=4px$ では　$y_0y=2p(x+x_0)\,1$　$(b>a>0)$

二次曲線の媒介変数表示

放物線 $y^2=4px \to x=pt^2,\quad y=2pt$

楕 円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \to x=a\cos\theta,\ y=b\sin\theta$

双曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1 \to x=\dfrac{a}{\cos\theta},\ y=b\tan\theta$

解の処理　方程式（不等式）

① 求める　　2次なら 因数分解 ⇒ 解の公式

② 代入 & 次数下げ (Ⅱ)

③ KKK（2次：和と積 ⇒ 対称式）

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

④ 解 ⟷ 因数
　$x=\alpha$　　$(x-\alpha)$

⑤ 解 ⟷ グラフの共有点のx座標

判別式 $D \geqq 0$

重解はOK

(3)

実数 a に対して，x に関する2次方程式 $x^2+(a-1)x+(a+2)^2=0$ が実数解 α，β を持つとする。このとき，$(\alpha-1)(\beta-1)$ を a で表した式を $f(a)$ とする。この $f(a)$ は $a=-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のとき最小値 $-\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ を取り，$a=-\boxed{\text{シ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ス}}$ を取る。

注 異なる2つの実数解

$\boxed{10}$ (3)

$$\begin{cases} \alpha+\beta = -(a-1) \\ \alpha\beta = (a+2)^2 \end{cases}$$

$$f(a) = (\alpha-1)(\beta-1) = \alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$$

$$= (a+2)^2+(a-1)+1$$

$$= a^2+5a+4 \quad \leftarrow a\text{の二次関数}$$

$$= \left(a+\frac{5}{2}\right)^2+4-\frac{25}{4}$$

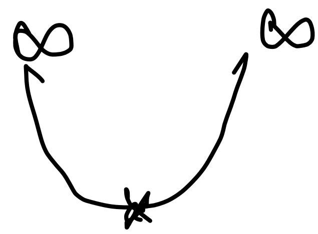
$$= \left(a+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$$

$a=-\frac{5}{2}$ で

min $-\frac{9}{4}$

[illegible]

最大値は？



判別式 $D \geqq 0$

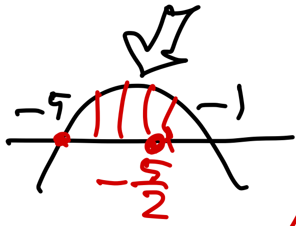
$x^2 + (a-1)x + (a+2)^2 = 0$

判別式 $D = (a-1)^2 - 4(a+2)^2$ ← x^2-y^2型

$= ((a-1)+2(a+2))((a-1)-2(a+2))$

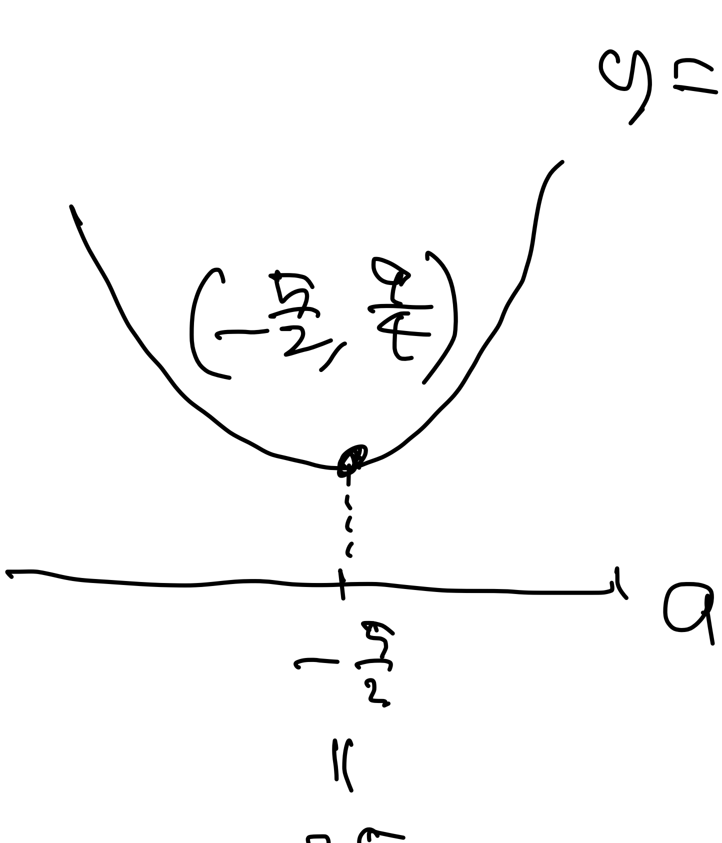
$= (3a+3)(-a-5)$

$= -3(a+1)(a+5) \geqq 0$



$-5 \leqq a \leqq -1$

OK



$\boxed{\text{Max} \cdot \text{min}}$

(基本) 二次なら $\Longrightarrow$ 平方完成

オイラー多面体定理

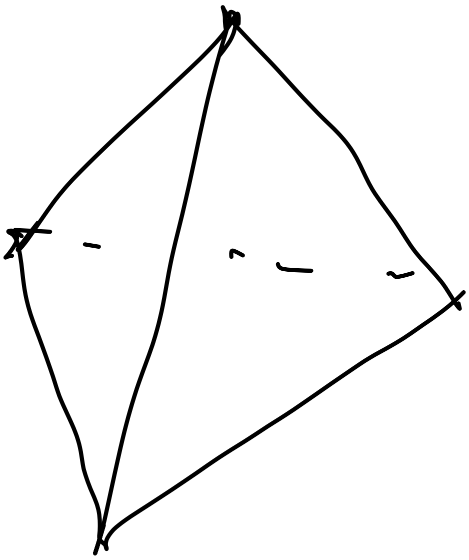
凸多面体において、
頂点、辺、面の数を v, e, f で表すと

vertex　edge　face

$$\boxed{v - e + f = 2}$$

交代和

正四面体

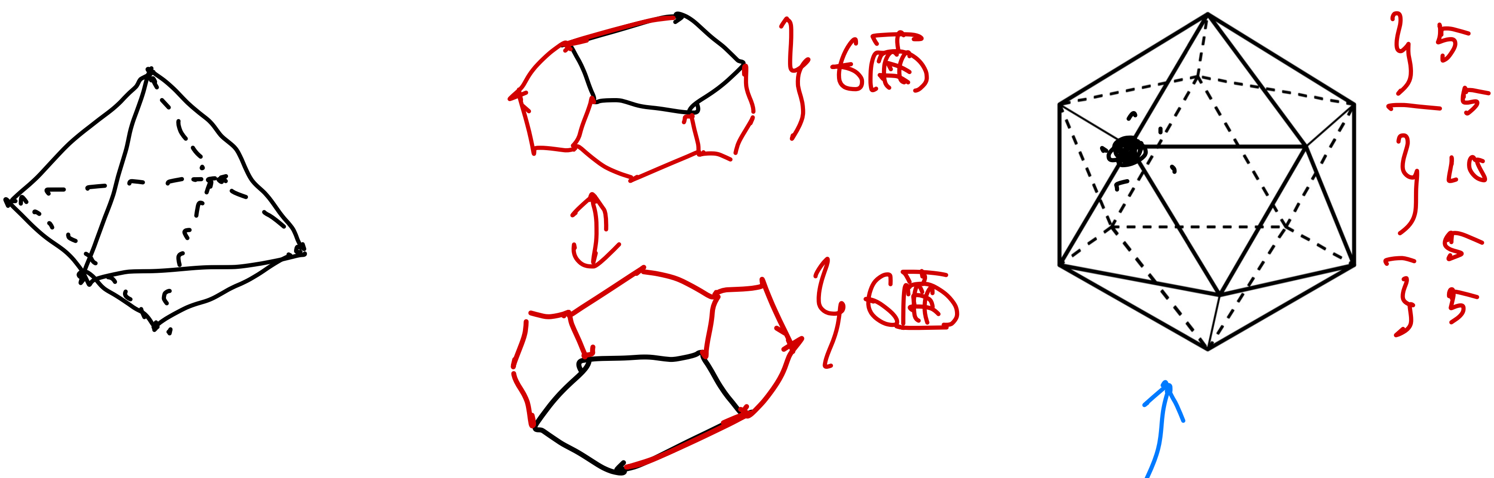


$$\begin{cases} v = 4 & + \\ e = 6 & - \\ f = 4 & + \end{cases}$$

三　四　三　五　三
4　6　8　12　20

× 1 正多面体は，正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体の 5 種類以外にないことを，オイラーの多面体定理を用いて証明せよ。　事実のみ覚える

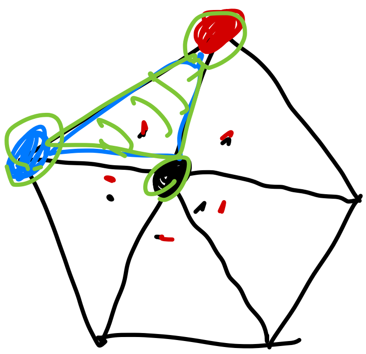
2 　正二十面体は，各面がすべて合同な正三角形であり，1 つの頂点に 5 つの面が集まっているから，頂点の数は $\boxed{キク}$ である。よって，オイラーの多面体定理により，辺の数は $\boxed{ケコ}$ である。



hint?

$F=20$

2 　正二十面体は，各面がすべて合同な正三角形であり，1 つの頂点に 5 つの面が集まっているから，頂点の数は $\boxed{キク}$ である。よって，オイラーの多面体定理により，辺の数は $\boxed{ケコ}$ である。　$V=\boxed{?}$



$V \longrightarrow F$

①　⑤

V と F の関係式

$F=5V$　重複

$F=\dfrac{5V}{3}$

$V=\dfrac{3}{5}F=12 \longrightarrow$

$F=20$

$$v - e + f = 2$$

$$12 - e + 20 = 2$$

$$\underline{e = 30}$$