2024/10/21

☆試練かくりつ -

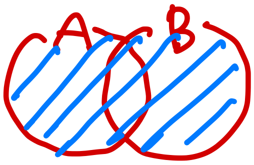
1

A, Bの少なくとも一方が成立.
⇔ Aまたは Bが成立

選言 OR.

← 日常 ×

~~排他的選言~~ または XOR



5と8の少なくとも一方で.わり切れない

||

5でわり切れない または 8でわり切れない

~~「5と8の少なくとも一方で.わり切れる」の否定~~

「5でわり切れる かつ 8でわり切れる」の否定

3 0，1，2，3，4，5，6 の 7 個の数字から異なる 4 個の数字を取り出して 4 桁の整数を作るとき，次のような数は何個あるか。

(1) 4 桁の整数　　(2) 偶数　　(3) 3200 以上

6·6·5·4
=720

0
2
4
6

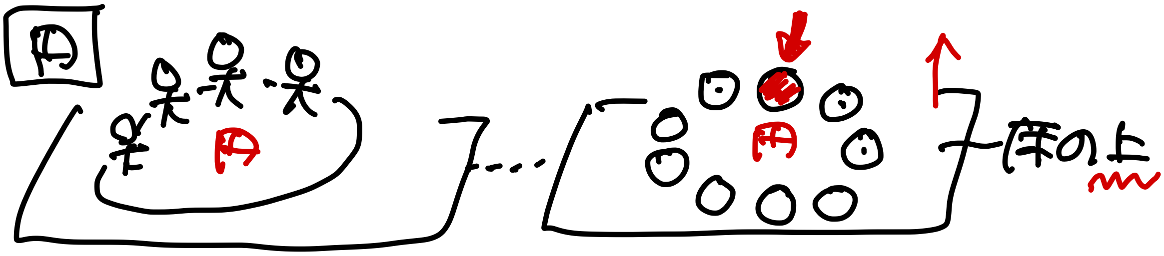
1
2

6·5·4

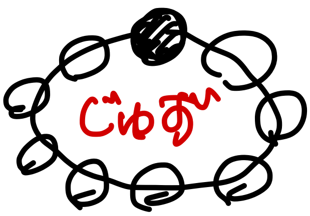
11 赤玉 6 個，青玉 5 個，黄玉 1 個がある。これらの玉にひもを通して輪をつくる方法は何通りあるか。

同色

円



じゅず



糸で結ぶ

ひっくり返せない
⇒円
ひっくり返せる
⇒じゅず

異なる n 個

順列 $n!$
円順列 $(n-1)!$
じゅず順列

$\boxed{\text{円}} \longrightarrow \boxed{\text{じゅず}}$

$\dfrac{11!}{6!\,5!} = 462 \xrightarrow{\div 2} \cancel{231}$

$\left\{\begin{array}{l} \text{左右対称 } 10 \xrightarrow{\text{そのまま}} 10 \\ \text{非対称 } 452 \xrightarrow{\div 2} 226 \end{array}\right.$

$(+$

236 答

固定 のじゅず順列

例 R 7, B 5, Y 1

132
6

円. $\dfrac{12!}{7! \times 5!} = \dfrac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 132 \times 6 = 792$

(左右対称なし)

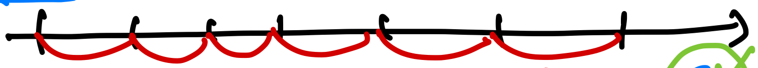
$\dfrac{792}{2} = 396$ 通り

13 次の条件を満たす整数の組 $(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5)$ の個数を求めよ。

(1) $1 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq a_4 \leqq a_5 \leqq 4$

(2) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leqq 4,\ a_1 \geqq 1,\ a_i \geqq 0\ (i=2,\ 3,\ 4,\ 5)$

(1) $1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad 4$



個 $a+b+c+d+e+f=3$

3コのりんごを6人に分ける

○ 3コ、| 5コ、の並べ方

$$\frac{(3+5)!}{3!\,5!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} = 56\text{通り}$$

(2) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leqq 4,\ a_1 \geqq 1,\ a_i \geqq 0\ (i=2,\ 3,\ 4,\ 5)$

=

先にあげる

4コのりんごを5人で分ける

残ることも許す

$$\begin{cases} (a_1-1)+a_2+a_3+a_4+a_5 \leqq 3 & \text{―― ①} \\ a_1-1 \geqq 0,\ a_2 \geqq 0,\ a_3 \geqq 0 & \text{―― ②} \end{cases}$$

[解1]. ①の左辺 = 3, 2, 1, 0 で場合分け

$$\frac{(3+4)!}{3!4!} + \frac{(2+4)!}{2!4!} + \frac{(1+4)!}{1!4!} + \frac{(0+4)!}{0!4!}$$

$$= {}_7C_3 + {}_6C_2 + {}_5C_1 + {}_4C_0$$

$$= 35 + 15 + 5 + 1$$

$$= 56 \text{ 通り}$$

[解2].

とおく

$$a_6 = 3 - \{(a_1 - 1) + a_2 + \cdots + a_5\}$$

残ったりんごを 6人目の人にあげる

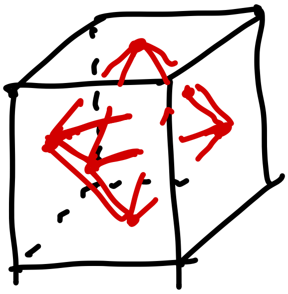
3コのりんごを 6人における
ちがいで付けのる

$$\frac{(3+5)!}{3!5!} = 56 \text{ 通り}$$

$\boxed{15}$

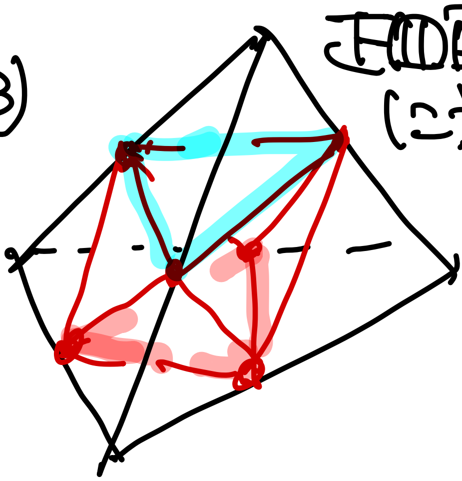
正八面体

(1)



立方体にうめこむ

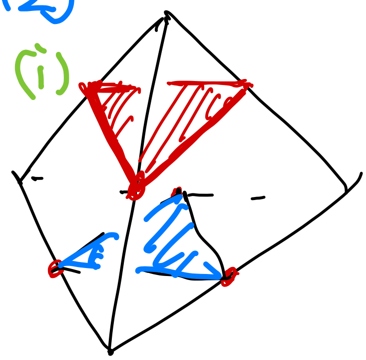
(2)(3)



正四面体にうめこむ

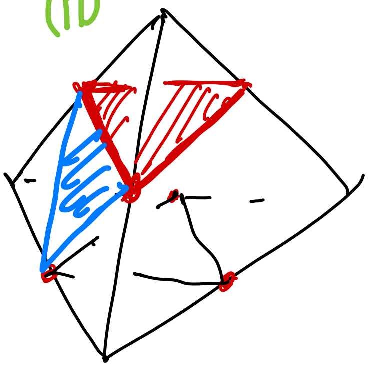
(2)

(i)



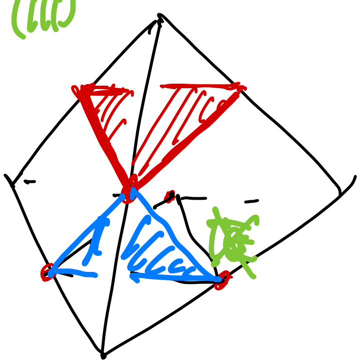
共有しない

(ii)

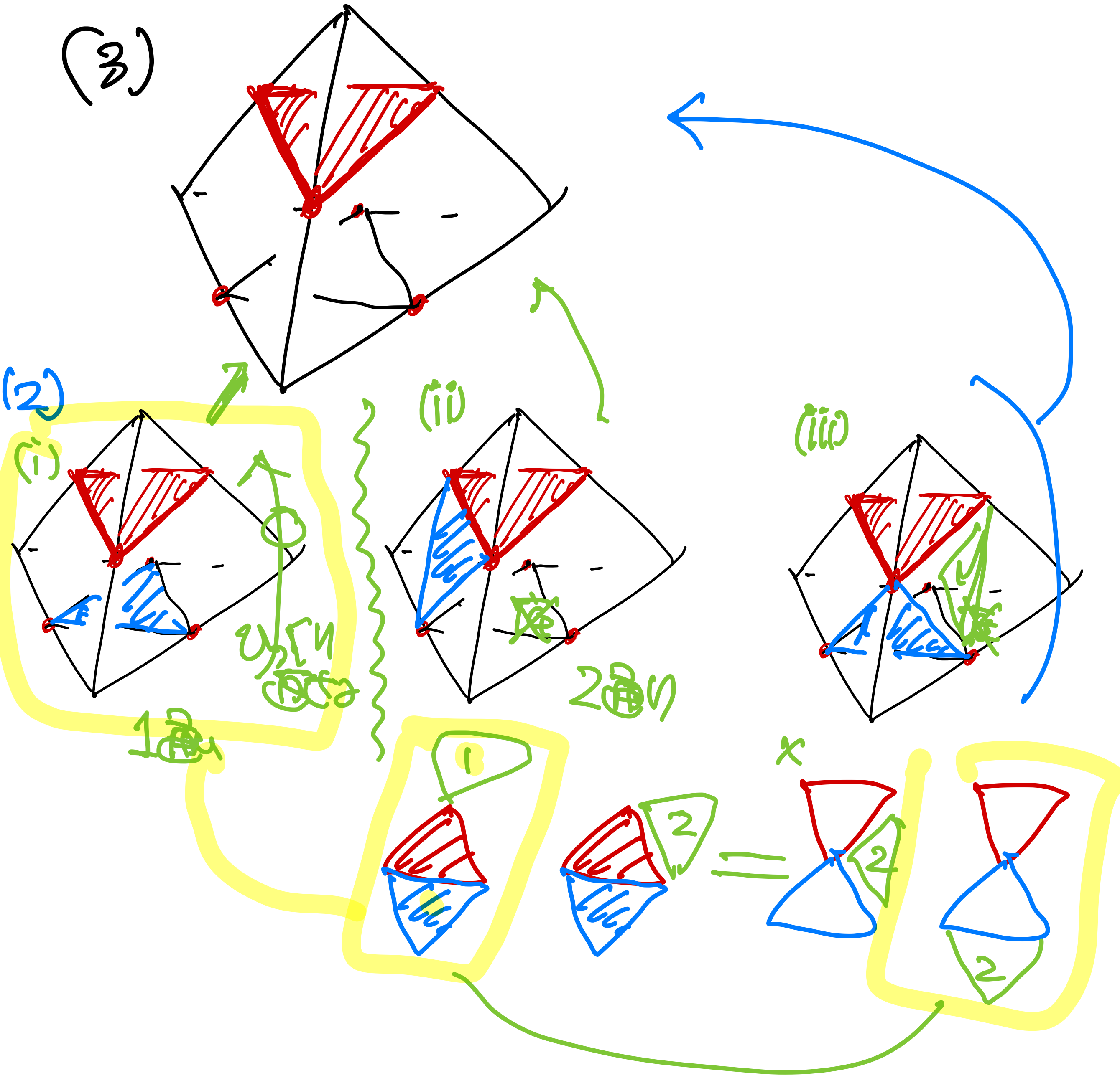


辺を共有

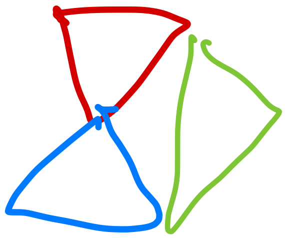
(iii)



点を共有



3通り



① x, y の少なくとも一方が0
$\iff x \cdot y = 0$

x, y, z の少なくとも1つが 1
$\iff x-1, y-1, z-1$ の 〃 0
$\iff (x-1)(y-1)(z-1) = 0$ ← Aim

条件より $x+y+z = \dfrac{xy+yz+zx}{xyz} = 1$

$x+y+z = 1, \quad xy+yz+zx = x \cdot y \cdot z$

$(x-1)(y-1)(z-1)$
$= xyz - (xy+yz+zx) + \underbrace{(x+y+z)}_{1} - 1$
$= 0$

$\boxed{10}$ 関数 $f(x)=\underbrace{n}_{=A}x^2-2\underbrace{(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)}_{=B}x+\underbrace{(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)}_{=C}$ を考える。　とおく

ただし，n は正の整数で，a_1，a_2，……，a_n は実数である。

(1)　すべての n に対し，常に $f(x)\geqq 0$ であることを示せ。

(2)　$(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2\leqq n(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$ であることを示せ。

(3)　$(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2=n(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$ であれば，a_1，a_2，……，a_n は すべて等しいことを示せ。

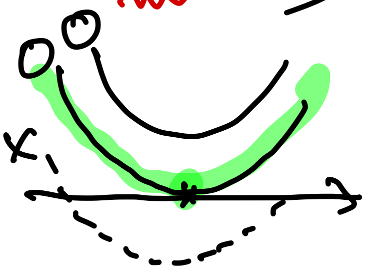
(1)

$f(x)=Ax^2-2Bx+C\geqq 0$ を示す

(2) $B^2-AC\leqq 0$ を示す。　グラフより明らか

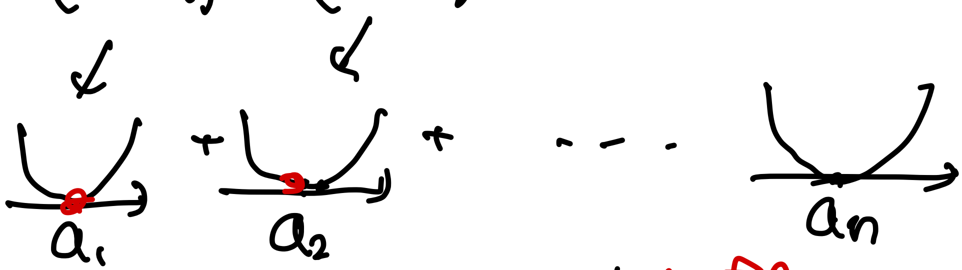
判別式 $\frac{D}{4}\leqq 0$ なので

$y=f(x)$

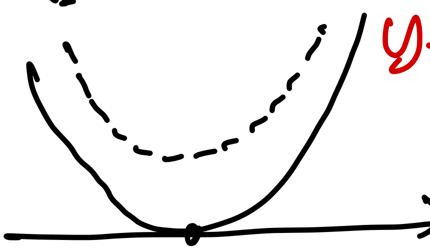


(3) 等号は.

$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots+(x-a_n)^2$



$\Rightarrow$



$y=f(x)$

x軸

接するのは $a_1=a_2=\cdots=a_n$ のとき

BASIC問題

1　100 から 200 までの整数のうち，次の整数の個数を求めよ。

(1)　5 かつ 8 の倍数　　(2)　5 または 8 の倍数

(3)　5 で割り切れるが 8 で割り切れない整数

(4)　5 と 8 の少なくとも一方で割り切れない整数

2　SHOJI の 5 文字をすべて使用して作成した文字列をアルファベット順の辞書式に並べるとき，JISHO は何番目の文字列であるか。

3　0，1，2，3，4，5，6 の 7 個の数字から異なる 4 個の数字を取り出して 4 桁の整数を作るとき，次のような数は何個あるか。

(1)　4 桁の整数　　(2)　偶数　　(3)　3200 以上

4　正十角形について，次の数を求めよ。

(1)　対角線の本数

(2)　正十角形の頂点のうちの 3 個を頂点とする三角形の個数

(3)　(2) の三角形のうち，正十角形と 1 辺だけを共有する三角形の個数

5　正四角錐の 5 つの面を，赤青黄緑紫の 5 色すべてを使って塗り分ける方法は何通りあるか。

6　$x+y+z=12$ と次の条件を満たす x，y，z の組は，全部で何個あるか。

(1)　x，y，z は負でない整数　　(2)　x，y，z は自然数

Standard問題

7　ATLANTA の 7 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。

(1)　並べ方は，全部で何通りあるか。

(2)　A が両端にくる並び方は，全部で何通りあるか。

(3)　T が隣り合わない並び方は，全部で何通りあるか。

8　YOKOHAMA の 8 文字を横 1 列に並べて順列を作る。次のような順列は何通りあるか。

(1)　AA と OO という並びをともに含む順列

(2)　Y，K，H，M がこの順に並ぶ順列

9　NAGOYAJO の 8 個の文字をすべて並べるとき，次の問いに答えよ。

(1) AA と OO という並びをともに含む順列は何通りあるか。

(2) 同じ文字が隣り合わない順列は何通りあるか。

10　正五角柱の 7 つの面を，赤，青，黄，緑，黒，紫の 6 色で塗り分ける。ただし，隣り合う面は異なる色を塗る。また，6 色はすべて使う。なお，回転して同じになるものは同じ塗り方とみなす。このとき次の問に答えよ。

(1) 2 つの五角形の面を同じ色で塗るような，正五角柱の塗り方は何通りあるか。

(2) 正五角柱の塗り方の総数は何通りあるか。

11　赤玉 6 個，青玉 5 個，黄玉 1 個がある。これらの玉にひもを通して輪をつくる方法は何通りあるか。

12 　12 人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1)　5 人，4 人，3 人の 3 つの組に分ける。

(2)　A，B，C，D の 4 つの組に，3 人ずつ分ける。

(3)　3 人ずつの 4 つの組に分ける。

(4)　8 人，2 人，2 人の 3 つの組に分ける。

13 　次の条件を満たす整数の組 $(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5)$ の個数を求めよ。

(1)　$1 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq a_4 \leqq a_5 \leqq 4$

(2)　$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leqq 4$，$a_1 \geqq 1$，$a_i \geqq 0$ $(i=2,\ 3,\ 4,\ 5)$

実戦問題

14 　1 から 10 までの自然数の各数字を 1 つずつ記入した 10 枚のカードがある。これらを A，B，C の 3 つの箱に分けて入れる。

(1)　空の箱があってもよいものとすると，分け方は何通りあるか。

(2)　空の箱があってはならないとすると，分け方は何通りあるか。

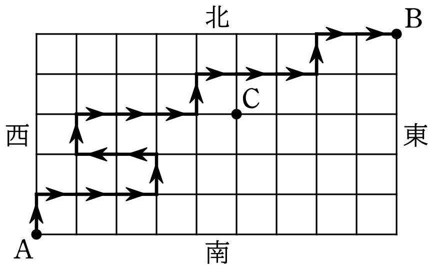
15 　正八面体について考える。ただし，回転させて一致するものは同じものとする。

(1)　頂点に 1，2，…… と順に番号を付けるとき，番号の付け方は何通りあるか。

(2)　2 つの面を赤に，残りの 6 つの面を白に塗るとき，塗り方は何通りあるか。

(3)　3 つの面を赤に，残りの 5 つの面を白に塗るとき，塗り方は何通りあるか。

16 　右の図のように東西に 6 本，南北に 10 本の道がある。東西の道と南北の道の出会う地点を交差点とよび，隣どうしの交差点を結ぶ道を区間ということにする。A 地点から B 地点に進むとき，次の問いに答えよ。ただし，どの交差点においても，東西および北のいずれかに進むことはできるが，南に進むことはできないとする。また，後戻りもできないとする。図の中の太線は道順の例を示したものである。



(1)　A 地点から B 地点へ行く道順の総数を求めよ。

(2)　C 地点を通って，A 地点から B 地点へ行く道順の総数を求めよ。

(3)　A 地点から B 地点まで 16 区間で行く道順の総数を求めよ。

数学①　第6回試練　場合の数

3 / 11

SHOJI

HIJOS
12345

1 解答 (1) 3　(2) 31　(3) 18　(4) 98

2 解答 59 番目

3 解答 (1) 720 個　(2) 420 個　(3) 440 個

4 解答 (1) 35 本　(2) 120 個　(3) 60 個

5 解答 30 通り　円

6 解答 (1) 91 個　(2) 55 個

7 解答 (1) 420 通り　(2) 60 通り　(3) 300 通り

8 順番 keep 問題
場所確保
⇩
同じものとみなして並べる

8 解答 (1) 720 通り　(2) 420 通り

9 解答 (1) 720通り　(2) 5760通り

10 解答 (1) 72通り　(2) 432通り

11 解答 236通り

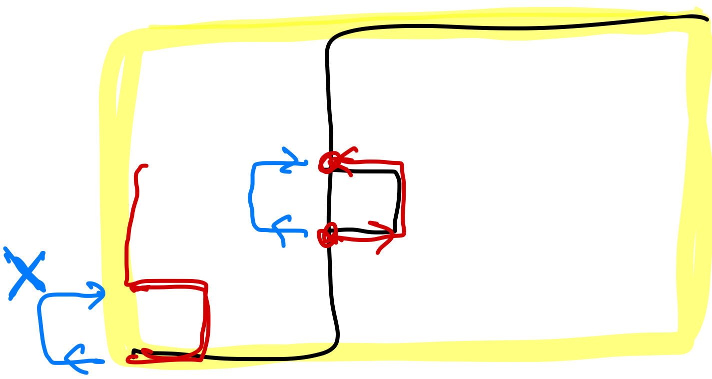
12 解答 (1) 27720 通り　(2) 369600 通り　(3) 15400 通り　(4) 1485 通り　組合せ.

13 解答 (1) 56 個　(2) 56 個

14 解答 (1) 59049 通り　(2) 55980 通り

15 解答 (1) 30 通り　(2) 3 通り　(3) 3 通り

16 解答 (1) 100000 通り　(2) 59000 通り　(3) 3276 通り



±1 東(西) ±9 ~~±1~~

±1 北(南) ±5 ~~±1~~

$\boxed{1}$ 100 から 200 までの整数全体の集合を U とし，そのうち 5 の倍数，8 の倍数全体の集合をそれぞれ A，B とすると

$$A=\{5\cdot20,\ 5\cdot21,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot40\},\quad B=\{8\cdot13,\ 8\cdot14,\ \cdots\cdots,\ 8\cdot25\}$$

ゆえに　$n(A)=40-20+1=21$，$n(B)=25-13+1=13$

(1)　5 かつ 8 の倍数すなわち 40 の倍数全体の集合は $A\cap B$ であり

$$A\cap B=\{40\cdot3,\ 40\cdot4,\ 40\cdot5\}$$

よって　$n(A\cap B)=3$

(2)　5 または 8 の倍数全体の集合は $A\cup B$ であるから

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=21+13-3=31$$

(3)　5 で割り切れるが 8 で割り切れない整数全体の集合は $A\cap\overline{B}$ であるから

$$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)=21-3=18$$

(4)　5 と 8 の少なくとも一方で割り切れない整数全体の集合は $\overline{A}\cup\overline{B}$ である。

また，$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$ であるから

$$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)=(200-100+1)-3=98$$

$\boxed{2}$ 辞書式に並べたときの 1 番目の文字列は　HIJOS

H□□□□の形の文字列は　$4!=24$ (個)

I□□□□の形の文字列は　24 個

JH□□□の形の文字列は　$3!=6$ (個)

JIH□□の形の文字列は　$2!=2$ (個)

JIO□□の形の文字列は　2 個

その次の文字列が JISHO である。

よって，JISHO となるのは　$24+24+6+2+2+1=59$ (番目)

$\boxed{3}$ (1)　千の位は 0 を除く 6 通り。よって　$6\times{}_6P_3=6\times120=720$ (個)

(2)　[1]　一の位が 0 のとき，千，百，十の位は，0 以外の 6 個から 3 個取る順列であるから　${}_6P_3$

[2]　一の位が 2，4，6 のとき，千の位は，0 と一の位の数以外の 5 個から 1 個取るから　5 通り。

百と十の位は残りの 5 個から 2 個取る順列で　${}_5P_2$ 通り。

よって　$3\times5\times{}_5P_2$

[1]，[2] から求める個数は　${}_6P_3+3\times5\times{}_5P_2=120+300=420$ (個)

(3)[1]　千の位が 3 のとき，百の位は，2，4，5，6 の 4 個から 1 個取るから 4 通り。

十，一の位は，残り 5 個から 2 個取る順列で ${}_5P_2$ 通り。

よって　$4\times{}_5P_2$

[2]　千の位が 4，5，6 のとき，百，十，一の位は残り 6 個から 3 個取る順列で ${}_6P_3$ 通り。

よって　$3\times{}_6P_3$

[1]，[2] から　$4\times{}_5P_2+3\times{}_6P_3=80+360=440$ (個)

4 (1)　異なる 10 個の点から 2 個の点を選ぶ方法は　${}_{10}C_2$ 通り

この中には正十角形 の 10 本の辺がある。

ゆえに　$${}_{10}C_2-10=\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}-10=35\ (\text{本})$$

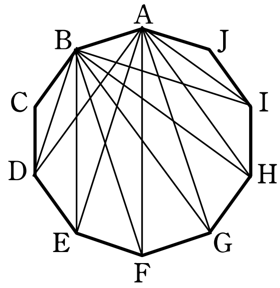
(2)　3 個の頂点で三角形が 1 個できるから，求める個数は

$${}_{10}C_3=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120\ (\text{個})$$

(3)　正十角形の 10 個の頂点を図のように定める。このとき，辺 AB だけを共有する三角形の第 3 の頂点の選び方は，A，B とその両隣の 2 点 C，J を除く D，E，F，G，H，I の 6 通り。

他の辺を共有する場合も同様であるから，求める個数は

$$6\times 10=60\ (\text{個})$$



5　底面の色の塗り方は　5 通り

側面の色の塗り方は，残り 4 色の円順列であるから　$(4-1)!$ 通り

よって　$5\times(4-1)!=30$ (通り)

6 (1)　求める個数は，x，y，z の 3 種類の文字から重複を許して 12 個取る組合せの数に等しいから

$${}_{3+12-1}C_{12}={}_{14}C_{12}={}_{14}C_2=\frac{14\cdot 13}{2\cdot 1}=91\ (\text{個})$$

別解　条件を満たす x，y，z の組は，12 個の ○ と 2 個の仕切り ┃ の順列を作り，仕切りで分けられた 3 か所の ○ の個数を，左から順に x，y，z とすると得られる。

よって，求める個数は，12 個の ○ と 2 個の ┃ を 1 列に並べる順列の総数に等しいから

$$\frac{14!}{12!2!}=\frac{14\cdot 13}{2\cdot 1}=91\ (\text{個})$$

(2)　$x-1=X$，$y-1=Y$，$z-1=Z$ とおくと　$X\geqq 0$，$Y\geqq 0$，$Z\geqq 0$

また，$x+y+z=12$ から　$(X+1)+(Y+1)+(Z+1)=12$

よって　$X+Y+Z=9$

この等式を満たす負でない X，Y，Z の組は，(1) と同様に考えて，X，Y，Z の 3 種類の文字から重複を許して 9 個取る組合せの数に等しい。

よって，求める個数は　$${}_{3+9-1}C_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=\frac{11\cdot 10}{2\cdot 1}=55\ (\text{個})$$

別解　条件を満たす x，y，z の組は，12 個の ○ を 1 列に並べ，その間の 11 か所のうち 2 か所に仕切り ┃ を入れ，仕切りで分けられた 3 か所の ○ の個数を，左から順に x，y，z とすると得られる。

よって，求める個数は　$${}_{11}C_2=\frac{11\cdot 10}{2\cdot 1}=55\ (\text{個})$$

7 (1)　A が 3 文字，T が 2 文字，L が 1 文字，N が 1 文字であるから，求める並べ方の総数は

$$\frac{7!}{3!2!1!1!}=420\ (\text{通り})$$

(2)　両端に並べる 2 文字の A を除いた 5 文字の並べ方は　$\dfrac{5!}{1!2!1!1!}=60$ (通り)

よって，求める並び方は　60 通り

(3)　2 文字の T をまとめて一組と考えると，その一組と残り 5 文字の並べ方は

$$\frac{6!}{3!1!1!1!}=120 \text{ (通り)}$$

よって，T が隣り合わない並べ方は　$420-120=300$ (通り)

$\boxed{8}$ (1)　並ぶ AA をまとめて A′，OO をまとめて O′ で表す。

このとき，求める順列は，A′，O′，Y，K，H，M の順列であるから，その総数は

$${}_6P_6=6!=720 \text{ (通り)}$$

(2)　□ 4 個，O 2 個，A 2 個を 1 列に並べ，4 個の □ は左から Y，K，H，M とすればよい。

よって，求める順列の総数は

$$\frac{8!}{4!2!2!}=420 \text{ (通り)}$$

$\boxed{9}$ (ア)　AA，OO をそれぞれ 1 個の文字とみなして，N，G，Y，J，AA，OO の 6 個の文字を 1 列に並べる場合の数を求めると

$$6!=720 \text{ (個)}$$

(イ)　8 個の文字の順列の総数は

$$\frac{8!}{2!2!}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}{2\cdot1}$$
$$=10080 \text{ (個)}$$

[1]　AA の並びを含み，OO の並びを含まないもの

AA を 1 つの文字とみなし，N，G，Y，J，AA の 5 個の文字を並べ，その間と両端の 6 か所から 2 か所を選んで O，O を並べればよいから

$$5!\times{}_6C_2=120\times\frac{6\cdot5}{2\cdot1}$$
$$=1800 \text{ (個)}$$

N　G　O　Y　J　O　AA

[2]　OO の並びを含み，AA の並びを含まないもの

OO を 1 つの文字とみなし，[1] と同様に考えて

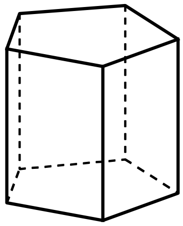
$$5!\times{}_6C_2=1800 \text{ (個)}$$

N　A　G　Y　A　J　OO

よって，求める個数は

$$10080-(720+1800\times2)=5760 \text{ (個)}$$

10 (ア)　正五角形の面の塗り方は　6 通り



そのおのおのについて，側面の長方形の塗り方は 5 色の円順列となるが，正五角柱をひっくり返すと同じ場合があるから　$\dfrac{6\times(5-1)!}{2}=72$ (通り)　……①

(イ)　2 つの正五角形の面を異なる色で塗る場合について考える。

このとき，上面に塗る場合と下面に塗る場合は異なるものと考えると，正五角形の面の塗り方は　${}_6P_2$ 通り

そのおのおのについて，

　側面の 5 つの長方形のうちの 2 つを塗る 1 色の選び方が 4 通り，

　同色となる長方形の位置の選び方が 1 通り，

　残り 3 つの長方形の塗り方が ${}_3P_3$ 通り

であるから　${}_6P_2\times4\times1\times{}_3P_3$ (通り)　あるが，正五角柱をひっくり返すと同じ場合があるから，2 つの正五角形の面を異なる色で塗るような，正五角柱の塗り方は

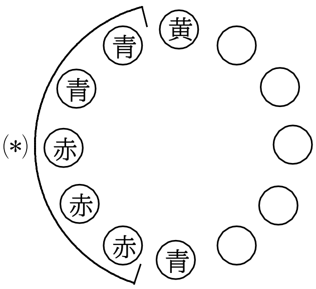
$$\frac{{}_6P_2\times4\times1\times{}_3P_3}{2}=\frac{6\cdot5\times4\times1\times3\cdot2\cdot1}{2}=360\ (\text{通り})\quad\cdots\cdots②$$

よって，正五角柱の塗り方の総数は，①，② より　$72+360=432$ (通り)

11 円形に並べる方法は，黄玉を固定して，赤玉 6 個，青玉 5 個を並べる並べ方だから，

$$\frac{11!}{6!5!}=462\ (\text{通り})$$

円形に並べたとき，左右対称なものは，青玉が 5 個より，黄玉を固定したときの真正面に青玉がくる。



左の図のように，他の玉の並び方は，(*) の 5 個が決まれば，向かいの 5 個も決まるから，

$$\frac{5!}{2!3!}=10\ (\text{通り})$$

一方，左右対称でない円順列は裏返すと同じになるペアがあるから，2 で割る。

よって，求める方法は，$10+\dfrac{462-10}{2}=236$ (通り)

12 (1)　12 人から 5 人を選ぶ方法は　${}_{12}C_5$ 通り

そのどの場合に対しても，残りの 7 人から 4 人を選ぶ方法は　${}_7C_4$ 通り

残り 3 人を最後の 1 組とする。

よって，分け方の総数は　${}_{12}C_5\times{}_7C_4=\dfrac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=27720$ (通り)

(2)　A 組の 3 人の選び方は　${}_{12}C_3$ 通り

B 組の 3 人の選び方は残りの 9 人から選ぶので　${}_9C_3$ 通り

C 組の 3 人の選び方は残りの 6 人から選ぶので　${}_6C_3$ 通り

A 組，B 組，C 組の人が決まれば，残りの D 組の 3 人は決まる。

よって，分け方の総数は

$$ {}_{12}C_3\times{}_9C_3\times{}_6C_3=\frac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=369600\ \text{(通り)} $$

(3)　(2) で，A, B, C, D の区別をなくすと，4! 通りずつ同じ組分けができる。

よって，分け方の総数は　$\frac{369600}{4!}=\frac{369600}{24}=15400$ (通り)

(4)　A 組 2 人，B 組 2 人，C 組 8 人の 3 つの組に分けることを考え，A ，B の区別をなくせばよい。

よって，分け方の総数は　$\frac{{}_{12}C_2\times{}_{10}C_2}{2!}=\frac{12\cdot11}{2\cdot1}\times\frac{10\cdot9}{2\cdot1}\times\frac{1}{2\cdot1}=1485$ (通り)

13 (1)　条件を満たす整数の組 $(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5)$ の個数は，1，2，3，4 の 4 個の数字から重複を許して 5 個取る組合せの数であるから

$$ {}_4H_5={}_{4+5-1}C_5={}_8C_5={}_8C_3=56\ \text{(個)} $$

(2)　$b_1=a_1$，$b_2=a_1+a_2$，$b_3=a_1+a_2+a_3$，$b_4=a_1+a_2+a_3+a_4$，
$b_5=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$ とおくと

$$ 1\leqq b_1\leqq b_2\leqq b_3\leqq b_4\leqq b_5\leqq 4 $$

よって，この不等式を満たす整数の組 $(b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4,\ b_5)$ の個数は，(1) から

56 個

ここで，$(b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4,\ b_5)$ の 1 つの組に対して，$(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5)$ の組はただ 1 つに決まる。

したがって，求める組の個数は　56 個

別解　$a_1-1=A$ ，$A+a_2+a_3+a_4+a_5=S$ とおく。

求める個数は，$S=0$，1，2，3 をそれぞれ満たす 0 以上の整数の組 $(A,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5)$ の総数に等しい。

$S=3$ のとき，異なる 5 種類のものから，重複を許して 3 個取る組合せの数を求めて

$$ {}_5H_3={}_{5+3-1}C_3={}_7C_3=35\ \text{(個)} $$

$S=2$ のとき，同様に考えて　${}_5H_2={}_{5+2-1}C_2={}_6C_2=15$ (個)

$S=1$ のとき 5 個，$S=0$ のとき 1 個。　以上から　56 個

14 (1)　1 枚のカードを 3 つの箱 A，B，C に入れる方法は 3 通りある。

よって，10 枚のカードを 3 つの箱 A，B，C に入れる方法は

$3^{10}=59049$ (通り)

(2)　A を空にして，10 枚のカードを 2 つの箱 B，C に入れる方法は

2^{10} 通り

この場合において，B，C のうち一方の箱が空になる場合を除いて

$2^{10}-2=1022$（通り）

同様に，B だけ，C だけを空にする方法はそれぞれ　1022（通り）

ゆえに，求める場合の数は

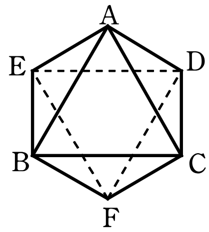
$1022\times3=3066$（通り）

(3)　2 つの箱が空になる場合は　3 通り

よって，空の箱がない場合は

$59049-3066-3=55980$（通り）

15 (1)　1 の番号を付けた頂点を A とし，残りの 5 つの頂点を，右の図のように B，C，D，E，F とする。



このとき，頂点 F の番号の付け方は 2 ～ 6 の　5 通り

残りの 4 つの頂点 B，C，D，E の番号の付け方は，残りの 4 つの数字の円順列であるから　$(4-1)!$ 通り

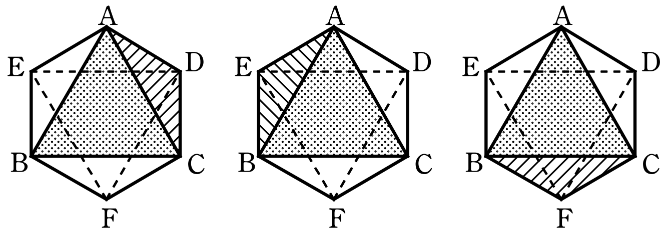
よって，求める総数は　$5\times(4-1)!=30$（通り）

(2)　面 ABC を赤に塗るとすると，赤に塗るもう 1 つの選び方は，残りの 7 つの面の 7 通りある。

このうち，赤に塗るもう 1 つの面が，面 ABC と 1 辺を共有する面，すなわち

面 ACD または 面 AEB または 面 BCF

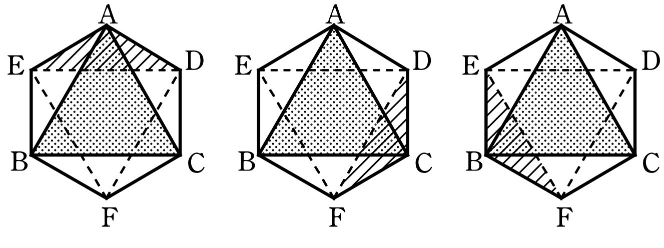
である場合，この 3 つの塗り方はすべて回転すると一致する。



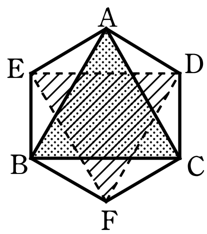
同様に，赤に塗るもう 1 つの面が，面 ABC と頂点のみを共有する面，すなわち

面 ADE または 面 CDF または 面 EBF

である場合，この 3 つの塗り方はすべて回転すると一致する。



また，赤に塗るもう１つの面が，面 ABC の対面 DEF である場合，この塗り方は他のどの塗り方とも一致しない。



したがって，求める場合の数は　　3 通り

(3)　(2) の 3 通りの場合について，赤に塗るもう１つの面の選び方を考える。

[1]　面 ABC と，面 ABC と 1 辺を共有する面 ACD を赤に塗るとき

赤に塗るもう１つの面の選び方は，残りの 6 つの面の 6 通りあるが，回転しても一致しない塗り方は，次の (i)，(ii) の 2 通りある。

(i)　面 ADE または 面 AEB または 面 BCF または 面 CDF　の場合

(ii)　面 DEF または 面 EBF　の場合

[2]　面 ABC と，面 ABC と頂点のみを共有する面 ADE を赤に塗るとき

赤に塗るもう１つの面の選び方のうち，回転しても一致しない塗り方は，次の (i)，(ii)，(iii) の 3 通りある。

(i)　面 ACD または 面 AEB　の場合

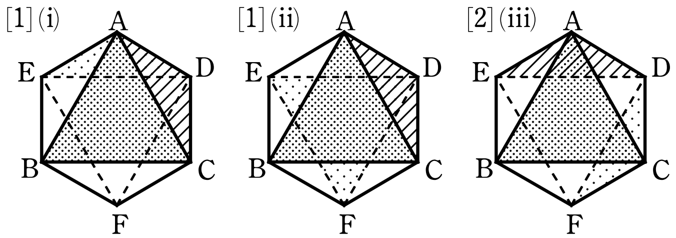
(ii)　面 BCF または 面 DEF　の場合

(iii)　面 CDF または 面 EBF　の場合

ところが，[2] の (i) の塗り方は [1] の (i) の塗り方と同じであり，[2] の (ii) の塗り方は [1] の (ii) の塗り方と同じである。

[3]　面 ABC と対面 DEF を赤に塗るとき

赤に塗るもう１つの面をどのように選んでも，[1] の (ii) と同じ塗り方になる。



したがって，求める場合の数は　　3 通り

ムズ 16　A 地点が原点，B 地点が (9，5)，各交差点が格子点になるように座標軸をとる。

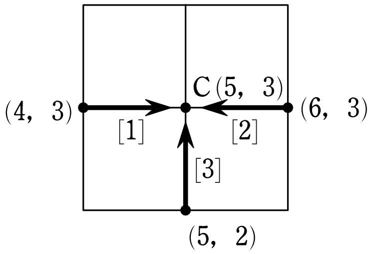
(1)　A 地点から $y=1$ 上の格子点への上り方は　10 通り。

同様に，$y=k$ ($k=1$，2，3，4) 上の格子点から $y=k+1$ 上の格子点への上り方は，各 k に対して 10 通りずつある。

よって，求める総数は　　$10^5=100000$ (通り)

(2)　点 C (5，3) を通る行き方は，次の [1]，[2]，[3] のいずれかである。

数学①　第６回試練　場合の数



[1]　(4, 3) から C へ行く。

　この行き方は　　$10^2 \times 5 \times 5 \times 10 = 25000$ (通り)

[2]　(6, 3) から C へ行く。

　この行き方は　　$10^2 \times 4 \times 6 \times 10 = 24000$ (通り)

[3]　(5, 2) から C へ行く。

　この行き方は　　$10^2 \times 1 \times 10^2 = 10000$ (通り)

以上から　　$25000 + 24000 + 10000 = 59000$ (通り)

↑ 5
→ 9
最短

(3)　北，東，西 に 1 区間進むことをそれぞれ↑，→，← で表すことにする。

16 区間で行く道順は ↑5 個，→ 10 個，← 1 個の順列で表される。また，「↑←↑」という並びが必ず 1 個あり，この並びの前後のそれぞれに → が少なくとも 1 個ある。

「↑←↑」1 個，→ 10 個，↑ 3 個の順列の総数は

$$\frac{14!}{10!3!} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4004 \text{ (通り)}$$

このうち，「↑←↑」の前に → がない順列の総数は

「↑←↑」→→→→→→→→→→

の間と両端の 12 か所に ↑ 3 個をおく (1 か所に複数個おいてもよい) と考えて

$$_{12}H_3 = {}_{12+3-1}C_3 = {}_{14}C_3 = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 364 \text{ (通り)}$$

「↑←↑」の後ろに → がない順列の総数も同様に　　364 通り

よって，求める道順の総数は　　$4004 - 364 \times 2 = 3276$ (通り)

BASIC問題

1　あるクラス 101 人の中でバナナが好きな人が 43 人，イチゴが好きな人が 39 人，バナナとイチゴ両方が好きな人が 32 人いた。バナナとイチゴがいずれも好きでない人は何人か。

2　命題「$x>2$ ならば，$x^2>4$ である」について，その逆，対偶を下の命題 A，B，C，D から選ぶと，逆は ア$\boxed{}$，対偶は イ$\boxed{}$ である。

A　$x\leqq 2$ ならば，$x^2\leqq 4$ である。　　B　$x^2\leqq 4$ ならば，$x\leqq 2$ である。

C　$x^2<4$ ならば，$x<2$ である。　　D　$x^2>4$ ならば，$x>2$ である。

また，命題 A，B，C，D のうち，真であるものは ウ$\boxed{}$ で，他は偽である。

3　2 つの集合 $\mathrm{A}=\{2,\ 4,\ 3a^3-2a^2-a-9\}$，$\mathrm{B}=\{-4,\ a,\ a^2-2a+5,\ a^2+a+7\}$ の共通部分 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$ が $\{2,\ 5\}$ であるとき，a の値を求めよ．ただし，a は実数とする．

4　x，y は実数とする．次の $\boxed{}$ にあてはまるものを，下の (a) ～ (d) の中から選べ．

(1)　$x>y$ は，$x^2>y^2$ であるための $\boxed{}$．

(2)　$x^2>y^2$ は，$x^4>y^4$ であるための $\boxed{}$．

(3)　$x+y>2$ は，$x>1$ または $y>1$ であるための $\boxed{}$．

(4)　$x<1$ または $y<1$ は，$x^2+y^2<1$ であるための $\boxed{}$．

(a)　必要条件であるが，十分条件でない
(b)　十分条件であるが，必要条件でない
(c)　必要十分条件である
(d)　必要条件でも十分条件でもない

5　次の命題の否定を作れ。次に，その真偽を判定せよ。

(1)「すべての実数 x，y について $x^2+y^2>0$」

(2)「ある実数 x について $x^2-x+1>0$」

STANDARD問題

6 50人の受験者にA，B，Cの3問よりなる試験を行った結果，Aの正解者は31人，Bの正解者は26人，Cの正解者は25人，A，Bの正解者は16人，A，Cの正解者は12人，B，Cの正解者は15人，A，B，Cの正解者は5人であった。A，B，C3問とも間違えた者は ア $\boxed{}$ 人で，Aのみの正解者は イ $\boxed{}$ 人，A，Bが正解でCを間違えた者は ウ $\boxed{}$ 人である。

7 $a>0$，$b>0$ のとき，$\left(a+\dfrac{2}{b}\right)\left(b+\dfrac{8}{a}\right)$ の最小値と，最小値をとるときの ab の値を求めよ。

実戦問題

8 a，b，c がすべて1より小さい正の数のとき，3つの不等式

$$a(1-b)>\frac{1}{4},\quad b(1-c)>\frac{1}{4},\quad c(1-a)>\frac{1}{4}$$

が同時には成り立たないことを示せ。

9 $x+y+z=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$ のとき，x，y，z のうち少なくとも1つは1に等しいことを示せ。

10 関数 $f(x)=nx^2-2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)x+(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$ を考える。ただし，n は正の整数で，a_1，a_2，……，a_n は実数である。

(1) すべての n に対し，常に $f(x)\geqq 0$ であることを示せ。

(2) $(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2\leqq n(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$ であることを示せ。

(3) $(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2=n(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$ であれば，a_1，a_2，……，a_n はすべて等しいことを示せ。

1 解答 51人

2 解答 (ア) D　(イ) B　(ウ) B，C

3 解答 $a=2$

4 解答 (1) (d)　(2) (c)　(3) (b)　(4) (a)

5 解答 (1) ある実数 x，y について $x^2+y^2\leqq 0$；真

(2) すべての実数 x について $x^2-x+1\leqq 0$；偽

6 解答 (ア) 6　(イ) 8　(ウ) 11

7 解答 $ab=4$ で最小値 18

8 解答 略

9 解答 略

10 解答 (1) 略　(2) 略　(3) 略

$\boxed{1}$ クラス全員の集合を全体集合 U とし，バナナが好きな人の集合を A，イチゴが好きな人の集合を B とすると

$$n(U)=101,\ n(A)=43,\ n(B)=39,\ n(A\cap B)=32$$

バナナとイチゴがいずれも好きでない人の集合は $\overline{A}\cap\overline{B}$，すなわち $\overline{A\cup B}$ で表され，その要素の個数は　$n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)$

ここで　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$=43+39-32=50$

よって　$n(\overline{A\cup B})=101-50=51$（人）

$\boxed{2}$ 逆は「$x^2>4$ ならば $x>2$ である」　よって　D

対偶は「$x^2\leqq 4$ ならば $x\leqq 2$ である」　よって　B

命題 A は偽　反例：$x=-3$

命題 B は真　（証明）$x^2\leqq 4$ ならば $-2\leqq x\leqq 2$　よって　$x\leqq 2$

命題 C は真　（証明）$x^2<4$ ならば $-2<x<2$　よって　$x<2$

命題 D は偽　反例：$x=-3$

したがって，真である命題は　B，C

$\boxed{3}$

$\mathsf{A}=\{2,\ 4,\ 3a^3-2a^2-a-9\}$ ……①

$\mathsf{B}=\{-4,\ a,\ a^2-2a+5,\ a^2+a+7\}$ ……②

$\mathsf{A}\cap\mathsf{B}=\{2,\ 5\}$ ……③

①，③ から　$3a^3-2a^2-a-9=5$

よって　$(a-2)(3a^2+4a+7)=0$

$3a^2+4a+7=0$ を満たす実数 a はないから　$a=2$

このとき，$\mathsf{A}=\{2,\ 4,\ 5\}$，$\mathsf{B}=\{-4,\ 2,\ 5,\ 13\}$ となり，題意を満たす．

ゆえに　$a=2$

$\boxed{\text{別解}}$ ② において　$a^2-2a+5=(a-1)^2+4\geqq 4$，$a^2+a+7=\left(a+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{27}{4}\geqq\dfrac{27}{4}>6$

よって，②，③ から　$a=2$

このとき，$\mathsf{A}=\{2,\ 4,\ 5\}$，$\mathsf{B}=\{-4,\ 2,\ 5,\ 13\}$　となり題意を満たす．

ゆえに　$a=2$

$\boxed{4}$ (1)　A $=\{(x,\ y)\mid x>y\}$，B $=\{(x,\ y)\mid x^2>y^2\}$

とおく．

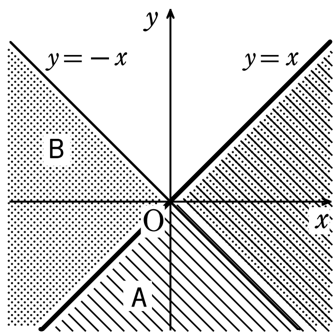
B $=\{(x,\ y)\mid (x+y)(x-y)>0\}$ であるから，A，B の領域を図示すると，右図のようになる．

ただし，境界線を含まない．

よって，A⊂B も A⊃B も成り立たない．

したがって，必要条件でも十分条件でもない．

ゆえに　(d)



(2)　$x^4>y^4$ が成立するときは x，y がともに 0 になることはない．

ゆえに　$x^4>y^4 \iff (x^2+y^2)(x^2-y^2)>0 \iff x^2-y^2>0$

よって，必要十分条件である．ゆえに　(c)

(3)　C $=\{(x,\ y)\mid x+y>2\}$，

D $=\{(x,\ y)\mid x>1$ または $y>1\}$ とおく．

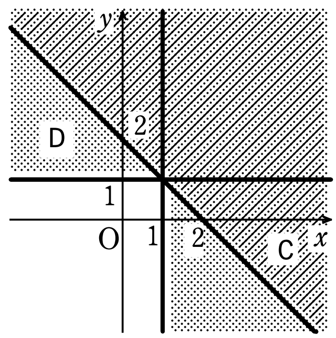
C，D の領域を図示すると右図のようになる．

ただし，境界線を含まない．

よって，C⊂D は成り立つが，C⊃D は成り立たない．

したがって，十分条件であるが，必要条件でない．

ゆえに　(b)



(4)　E $=\{(x,\ y)\mid x<1$ または $y<1\}$，

F $=\{(x,\ y)\mid x^2+y^2<1\}$ とおく．

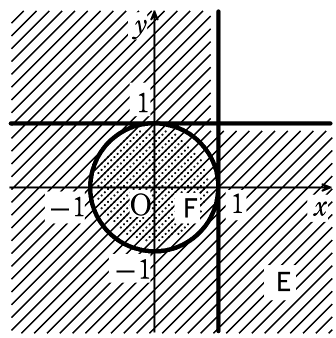
E，F の領域を図示すると，右図のようになる．

ただし，境界線を含まない．

よって，E⊂F は成り立たないが，E⊃F は成り立つ．

したがって，必要条件であるが，十分条件でない．

ゆえに　(a)



$\boxed{5}$ (1)　ある実数 x，y について　$x^2+y^2 \leqq 0$

$x=0$，$y=0$ のとき，$x^2+y^2 \leqq 0$ となるから，これは真である。

(2)　すべての実数 x について　$x^2-x+1 \leqq 0$

$x=0$ のとき，$x^2-x+1=1>0$ となるから，これは偽である。

6 50人の受験者の集合を全体集合Uとし，そのうちA，B，Cの正解者の集合を，それぞれA，B，Cで表すと，条件から

$n(A)=31$，$n(B)=26$，$n(C)=25$，$n(A\cap B)=16$，$n(A\cap C)=12$，

$n(B\cap C)=15$，$n(A\cap B\cap C)=5$

ここで　$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)$

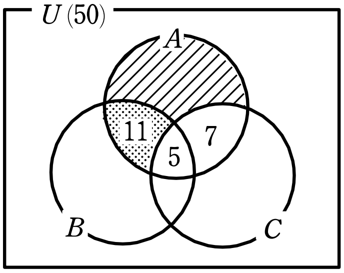
$+n(A\cap B\cap C)$

$=31+26+25-16-15-12+5=44$

A，B，C 3問とも間違えた者の集合は，$\overline{A\cup B\cup C}$ であるから，その人数は

$n(\overline{A\cup B\cup C})=n(U)-n(A\cup B\cup C)$

$=50-44=$ ア6（人）



また，Aのみの正解者の集合は，右の図の斜線部分であるから，その人数は

$31-(11+5+7)=$ イ8（人）

A，Bが正解でCを間違えた者の集合は，右の図の網点部分であるから，その人数は

ウ11人

7 $$(\text{与式})=ab+8+2+\frac{16}{ab}=ab+\frac{16}{ab}+10$$

ここで，$a>0$，$b>0$ であるから　$ab>0$，$\dfrac{16}{ab}>0$

相加平均と相乗平均の関係により　$ab+\dfrac{16}{ab}\geqq 2\sqrt{ab\cdot\dfrac{16}{ab}}=2\cdot 4=8$

ゆえに　$(\text{与式})=ab+\dfrac{16}{ab}+10\geqq 8+10=18$

等号が成り立つのは　$ab=\dfrac{16}{ab}$　　$ab>0$ であるから　$ab=4$

よって，$ab=4$ で最小値18をとる。

8 $a(1-b)>\dfrac{1}{4}$，$b(1-c)>\dfrac{1}{4}$，$c(1-a)>\dfrac{1}{4}$ が同時に成り立つと仮定する。

辺々を掛けると　$abc(1-a)(1-b)(1-c)>\left(\dfrac{1}{4}\right)^3$　……①

一方，$a(1-a)=-\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}$ $(0<a<1)$ より　$0<a(1-a)\leqq\dfrac{1}{4}$　……②

同様に　$0<b(1-b)\leqq\dfrac{1}{4}$　……③，　$0<c(1-c)\leqq\dfrac{1}{4}$　……④

②，③，④の辺々を掛けると　$0<abc(1-a)(1-b)(1-c)\leqq\left(\dfrac{1}{4}\right)^3$

これは，①と矛盾する。したがって，同時には成り立たない。

$\boxed{9}$ x，y，z のうち少なくとも 1 つが 1 であるための条件は，$(x-1)(y-1)(z-1)=0$ が成り立つことである。

条件から　$x+y+z=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$　…… ①

① において，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{xy+yz+zx}{xyz}$ であるから　$\dfrac{xy+yz+zx}{xyz}=1$

よって　$xy+yz+zx=xyz$　…… ②

また，① から　$x+y+z=1$　…… ③

ゆえに，②，③ より

$$(x-1)(y-1)(z-1)$$
$$=xyz-(xy+yz+zx)+x+y+z-1=xyz-xyz+1-1=0$$

よって，x，y，z のうち少なくとも 1 つは 1 に等しい。

$\boxed{10}$ (1)　$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots\cdots+(x-a_n)^2\geqq 0$

(2)　2 次方程式 $f(x)=0$ の判別式を D とすると，$f(x)$ の x^2 の係数 n は正であり，常に $f(x)\geqq 0$ であることから，$D\leqq 0$ である。

ここで　$\dfrac{D}{4}=(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2-n(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$　…… ①

よって，$D\leqq 0$ から　$(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2\leqq n(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2)$

(3)　条件と ① より，$D=0$ であるから，方程式 $f(x)=0$ はただ 1 つの実数解をもつ。

それを $x=x_0$ とすると　$f(x_0)=0$

すなわち　$(x_0-a_1)^2+(x_0-a_2)^2+\cdots\cdots+(x_0-a_n)^2=0$

よって　$x_0-a_1=x_0-a_2=\cdots\cdots=x_0-a_n=0$

したがって　$a_1=a_2=\cdots\cdots=a_n$

参考　一般に，実数 a_1，……，a_n，b_1，……，b_n に対して

$$(a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots\cdots+a_n{}^2)(b_1{}^2+b_2{}^2+\cdots\cdots\cdots+b_n{}^2)\geqq(a_1b_1+a_2b_2+\cdots\cdots+a_nb_n)^2$$

が成り立つ。(シュワルツの不等式)

本問は，この不等式の $b_1=b_2=\cdots\cdots=b_n=1$ の場合である。

BASIC問題

$\boxed{1}$ 男子3人と女子2人がくじ引きで順番を決めて横1列に並ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　女子2人が隣り合う。　　(2)　男女が交互に並ぶ。

$\boxed{2}$ 赤玉と白玉が合わせて10個入った袋がある。この袋の中から玉を3個同時に取り出すとき，赤玉が出ない確率が $\dfrac{7}{10}$ であるという。袋の中に白玉は何個入っているか。

$\boxed{3}$ 10本のくじの中に，当たりくじが3本入っている。このくじを3本同時に引くとき，次の確率を求めよ。

(1)　3本ともはずれる確率　　(2)　少なくとも1本は当たる確率

$\boxed{4}$ 3個のさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　出た目の最小値が3以上である確率

(2)　出た目の最小値が3である確率

$\boxed{5}$ A，B 2社が同じ製品を製造している。A社は全製品の60 %，B社は全製品の40 % を生産している。また，A社の製品中には3 %，B社の製品中には6 % の不良品が混じっているという。全製品の中から1個を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　それが不良品である確率

(2)　不良品であったときに，それがA社の製品である確率

Standard問題

$\boxed{6}$ サイコロを続けて4回投げ，1回目，2回目，3回目，4回目に出た目をそれぞれ a，b，c，d とする。次の問に答えよ。

(1) $a<b<c<d$ となる確率を求めよ。

(2) $a \leqq b \leqq c \leqq d$ となる確率を求めよ。

$\boxed{7}$ 箱に2個の赤い玉と $(n-2)$ 個の白い玉が入っている $(n=4,\ 5,\ 6,\ \cdots\cdots)$。

(1)　箱から3個の玉を同時に取り出すとき，2個が白，1個が赤となる確率 $P(n)$ を求めよ。

(2)　(1)の $P(n)$ が最大になる n を求めよ。

$\boxed{8}$ 硬貨を何回か投げ，先に表が2回出るとAの勝ちとし，先に裏が4回出るとBの勝ちとするゲームを考える。次の確率を求めよ。

(1)　5回目にBが勝つ確率　　(2)　A，Bそれぞれの勝つ確率

9 次の確率を求めよ.

(1) 2人でジャンケンをするとき，2回続けてアイコになる確率

(2) 3人で1回 ジャンケンをして，1人の勝者が決まる確率

(3) 5人で1回ジャンケンをして，3人の勝者が決まる確率

(4) 5人で1回ジャンケンをして，複数の敗者がでて，複数の勝者が残り，次にその勝者のみで2回目のジャンケンをして，1人の勝者が決まる確率

実戦問題

10 4つのさいころを同時に振るとき，次の確率を求めよ。

(1) 4つとも同じ目が出る確率

(2) 3つのさいころに同じ目が出て，他の1つにはその目と異なる目が出る確率

(3) 2つの異なる目がそれぞれ2つずつ出る確率

(4) 2つのさいころに同じ目が出て，他の2つにはその目と異なりかつ互いに異なる目が出る確率

(5) 連続した4つの自然数の目が出る確率

11 数直線上を点Pが1ステップごとに，$+1$ または -1 だけそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ の確率で移動する。数直線上の値が3の点をAとして，PがAにたどり着くと停止する。

(1) Pが原点Oから出発して，ちょうど5ステップでAにたどり着く確率を求めよ。

(2) Pが原点Oから出発して，ちょうど6ステップで値が2の点Bにたどり着く確率を求めよ。

(3) Pが原点Oから出発して，8ステップ以上移動する確率を求めよ。

12 正四面体ABCDを考える。点Pは時刻0では頂点Aに位置し，1秒ごとにある頂点から他の3頂点のいずれかに，等しい確率で動くとする。このとき，時刻0から時刻 n までの間に，4頂点A，B，C，Dのすべてに点Pが現れる確率を求めよ。ただし，n は1以上の整数とする。